

POLITECHNIKA OPOLSKA

CENTRUM EDUKACJI I ZASTOSOWAŃ MATEMATYKI

Współorganizatorzy:

UNIwersytet Techniczny w Ostrawie (Czechy)

UNIwersytet Techniczny w Koszycach (Słowacja)

Instytut Problemów Stosowanych

Mechaniki i Matematyki (IPsMM)

Narodowej Akademii Nauk

UNIwersytet Narodowy „Politechnika Lwowska” (UNPL)
(Ukraina)

International Scientific Seminar

***OPTIMIZATION OF THE STRUCTURES OF
MANUFACTURING PROCESSES - 2025***

Proceedings

Międzynarodowe seminarium naukowe

***OPTYMALIZACJA STRUKTUR PROCESÓW
WYTWÓRCZYCH - 2025***

Materiały



**OPOLE
17 grudnia 2025**

OPOLE 2025

KOMITET NAUKOWY

PRZEWODNICZĄCE:

Hachkevych O.,
Koziarska A.,
Stanik- Besler A.

CZŁONKOWIE:

Bozhenko B., Kubus M., Musii R.,
Pączko D., Terlets'kyi R., Wojteczek-Laszcza K.

KOMITET ORGANIZACYJNY:

Bozhenko B., Ivas'ko R., Koziarska A.,
Melnik N., Szylicka Z.

JEDNOSTKI ORGANIZACYJNE:

Centrum Edukacji i Zastosowań Matematyki PO,
Wydział Teorii Pól Fizyczno-Mechanicznych IPSMM,
Katedra Matematyki Wyższej UNPL

ZAKRES TEMATYCZNY:

1. APLIKACJE NAUK PODSTAWOWYCH I UWZGLĘDNIENIE CZYNNIKÓW TOWARZYSZĄCYCH W
PROCESACH WYTWÓRCZYCH

BASIC SCIENCE APPLICATIONS AND CONSIDERATION OF RELATED FACTORS IN
MANUFACTURING PROCESSES

2. MODELOWANIE I OPTIMALIZACJA W PROCESACH WYTWÓRCZYCH

MODELING AND OPTIMIZATION IN MANUFACTURING PROCESSES

SEKRETARIAT SEMINARIUM:

POLITECHNIKA OPOLSKA

Centrum Edukacji i Zastosowań Matematyki
ul. Prószkowska 76, budynek 2, p. 308, Opole
tel. 77 – 449 87 28

Wydano w formie pliku: http://www.iapmm.lviv.ua/13/dPage_OSPW/index.html

SPIS TREŚCI

REFERATY ZAMAWIANE

1. O. HACHKEYVYCH, A. KOZIARSKA, A. STANIK-BESLER PROCESY WYTWÓRCZE. OSIĄGNIĘCIA I ROZWÓJ – 2025	9
2. R. IVAS'KO, A. KOZIARSKA, R. KUSHNIR, R. TERLETS'KYI WYBRANE PROBLEMY ZASTOSOWAŃ ODDZIAŁYWAŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH W PROCESAH WYTWÓRCZYCH	16
I. BASIC SCIENCE APPLICATIONS AND CONSIDERATION OF RELATED FACTORS IN MANUFACTURING PROCESSES	
1. V. FLYUD, O. TERESHCHUK ZAGADNIENIA BRZEGOWE OPISUJĄCE SIĘ SILNIE ZABURZONYMI RÓWNANIAMİ RÓŻNICZKOWYMI	25
2. H. SCIEGOSZ PAKIET GRAPHPAD PRISM DO OPISU, INTERPRETACJI I GRAFICZNEJ PREZENTACJI WYNIKÓW EKSPERYMENTALNYCH	26
3. B. BOZHENKO, O. HACHKEYVYCH, R. IVAS'KO, R. KUSHNIR LINIOWO-MAGNESUJĄCE SIĘ CIAŁA PRZEWODZĄCE ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO	28
4. L. HAYEV'S'KA, O. HUMENCHUK, S. MORYŃ, A. STANIK- BESLER POLE ELEKTROMAGNETYCZNE ORAZ CZYNNIKI JEGO ODDZIAŁYWANIA W LINIOWO-MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY OKREŚLONEJ POWIERZCHNIOWEJ WARTOŚCI ZESPOLONEJ AMPLITUDY NATEŻENIA POLA ELEKTRYCZNEGO	32
5. B. CHORNYI, R. IVAS'KO, A. MARYNOWICZ, V. MISHCHENKO POLE ELEKTROMAGNETYCZNE ORAZ CZYNNIKI JEGO ODDZIAŁYWANIA W LINIOWO-MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY OKREŚLONEJ POWIERZCHNIOWEJ WARTOŚCI ZESPOLONEJ AMPLITUDY NATEŻENIA POLA MAGNETYCZNEGO	35
6. B. BOZHENKO, L. HAYEV'S'KA, A. STANIK-BESLER, A. TORS'KYI POLE ELEKTROMAGNETYCZNE ORAZ CZYNNIKI JEGO ODDZIAŁYWANIA W LINIOWO-MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY OKREŚLONEJ WARTOŚCI ZESPOLONEJ AMPLITUDY GĘSTOŚCI PRĄDU W ZEWNĘTRZNYM WZGLĘDEM OBSZARU WARSTWY ŚRODOWISKU	37
7. R. IVAS'KO, A. KOZIARSKA, R. MUSII, R. TERLETS'KYI POLA POŁĄCZONE CIEPLNE ORAZ MECHANICZNE W LINIOWO- MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO	39

8. B. BOZHENKO, O. HACHKEVYCH, N. IVAS'KO, R. IVAS'KO PRAWIDŁOWOŚCI ROZKŁADÓW PARAMETRÓW OPISUJĄCYCH POLA POŁĄCZONE ORAZ ZJAWISKA REZONANSOWE W LINIOWO- MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO	41
9. K. GHAZARYAN, O. HACHKEVYCH, R. IVAS'KO, A. KOZIARSKA SCHEMAT PRZYBLIŻONEGO OKREŚLENIA PÓŁ POŁĄCZONYCH W LINIOWO-MAGNESUJĄCYCH SIĘ CIAŁACH PRZEWODZĄCYCH ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO	44
10. Z. SZYLICKA, M. WIATR, K. WOJTECZEK-LASZCZAK STUDENCI KIERUNKU BUDOWNICTWO – ANALIZA LICZEBNOŚCI NA ŚLĄSKU	47
 II. MODELLING AND OPTIMIZATION IN MANUFACTURING PROCESSES	
1. O. HACHKEVYCH, A. KOZIARSKA, R. TERLETS'KYI, A. TORS'KYI MODELE MATEMATYCZNE I ZAGADNIENIA BRZEGOWE OKREŚLAJĄCE POLA POŁĄCZONE W KAWAŁKAMI- JEDNORODNYCH CIAŁACH PRZEWODZĄCYCH ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO PROMIENIOWANIA ELEKTROMAGNETYCZNEGO	51
2. O. HACHKEVYCH, L. HAYEVS'KA, A. RAWSKA-SKOTNICZNY, M. ROSTUN MODEL MATEMATYCZNY OPISUJĄCY WŁASNOŚCI ELEKTRYCZNE I MAGNETYCZNE GEOMETRYCZNIE I FIZYCZNIE CIENKOŚCIENNYCH POWŁÓK PRZEWODZĄCYCH ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO	53
3. S. BUDZ, O. HACHKEVYCH, B. TRISHCH, T. WOŁCZAŃSKI WYBRANE PROBLEMY OPTYMALIZACJI WZGLĘDEM STANU NAPRĘŻEŃ PRZEBIEGÓW TECHNOLOGICZNEGO NAGRZEWANIA W PODCZERWIENI UKŁADÓW POSIADAJĄCYCH CZĘŚCIOWO- PRZEZROCZYSTE DLA PROMIENIOWANIA ELEMENTY	55
4. A. KOZIARSKA, R. KUSHNIR, B. PROTSIUK, Yu. PROTSIUK THERMAL STATE OF MULTILAYER PLATES WITH HEAT SOURCES UNDER CONVECTIVE–RADIATIVE HEAT EXCHANGE	58
5. B. BOZHENKO, H. SULYM, K. VASIL'EV INDIRECT BOUNDARY ELEMENT METHOD IN MODELING AN ANISOTROPIC BODY WITH A TUNNEL CRACK UNDER LONGITUDINAL SHEAR	60
6. H. HARMATII, A. STANIK-BESLER UNSTEADY THERMAL STATE OF A THERMO-SENSITIVE HOLLOW CYLINDER WITH A THIN FUNCTIONALLY GRADED COATING UNDER CONVECTIVE–RADIATIVE HEAT TRANSFER	62

7. A. KOZIARSKA, O. VOVK NON-STATIONARY THERMAL STATE OF A THREE-COMPONENT THERMOSENSITIVE STRUCTURE WITH HEAT RELEASE AT CONTACT BOUNDARIES	64
8. A. DMYTRUK, B. DROBENKO, L. HOSHKO, U. ZHYDYK MODELING AND ANALYSIS OF THE TEMPERATURE FIELD IN A TWO-LAYER CYLINDRICAL METAL–CERAMIC SHELL	66
9. I. CHUPYK, Kh. DROHOMYRETSKA, N. MELNYK, R. MUSII, I. PYRIH ELECTRICALLY CONDUCTING ROD SUBJECTED TO A NON- STEADY ELECTROMAGNETIC FIELD. CALCULATION SCHEME OF PARAMETERS DEFINING THE FIELD AND JOULE HEAT CAUSED BY IT	67
10. O. KHAPKO, M. KLAPCHUK, A. METELSKI, R. MUSII, I. SVIDRAK TEMPERATURE REGIMES OF ELECTRICALLY CONDUCTIVE PLATE AT INDUCTION HEATING	68
11. A. KUNYNETS, M. MAKHORKIN, R. MUSII, V. SHYNDER, N. TYMOSHENKO A HOLLOW ELECTRICALLY CONDUCTIVE CYLINDER WITH AN INTERNAL THIN COATING UNDER INDUCTION HEATING. A NON- STEADY ELECTROMAGNETIC FIELD AND JOULE HEAT	69

REFERATY ZAMAWIANE



O. HACHKEVYCH^{1,2}, A. KOZIARSKA¹, A. STANIK-BESLER¹

¹ Opole University of Technology (Poland)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

PROCESY WYTWÓRCZE. OSIĄGNIĘCIA I ROZWÓJ – 2025

Problemy powiązane z opracowaniem procesów wytwórczych są bardzo wielostronne i dotyczą jak teoretycznych, tak i inżynierskich, w tym eksperymentalnych ujęć, które w szczególności są dotyczące do rozbudowy teoretycznych podstaw odpowiednich wytwórczych i konstrukcyjnych rozwiązań, technologii, typów obróbki, czynników technologicznego wpływu, warunków eksploatacji, odpowiednich linii produkcyjnych i in. przy uwzględnieniu naturalnych czynników towarzyszących tym procesom.

Badania dotyczące wspomnianych dziedzin prowadzone są przez działający od początku lat dwutysięcznych w Politechnice Opolskiej (przy współpracy z naukowcami innych naukowych kolektywów, w tym obcokrajowych) zespół pracowników naukowych, pojedynawszy specjalistów z nauk podstawowych (matematyki, fizyki i chemii) również jak i nauk stosowanych, w szczególności elektrotechniki, budownictwa, inżynierii produkcji, w tym szeroko rozumianej inżynierii bezpieczeństwa, logistyki i zarządzania, zajmujący się opracowaniem i rozbudową teoretycznych podstaw organizacji i realizacji procesów wytwórczych oraz koordynacją badań w tym obszarze. Charakterystycznym dla zespołu pozostaje koncentracja na celowych badaniach naukowych, dotyczących następujących trzech, ważnych w opracowaniu teoretycznych podstaw procesów wytwórczych, uogólnionych tematycznych kierunków:

- aplikacje nauk podstawowych w procesach wytwórczych;
- modelowanie i optymalizacja w procesach wytwórczych;
- inżynieria bezpieczeństwa w procesach wytwórczych.

W zalenoci od specyfiki i objętości spełnionych badań w konkretnych z przytoczonych kierunków one uściślają się w pewnych latach (2009, 2010, 2015, 2022-2025) do takich podstawowych:

2015

- aplikacje nauk podstawowych w procesach wytwórczych;
- modelowanie w procesach wytwórczych;
- optymalizacja w procesach wytwórczych;

2022-2025

- aplikacje nauk podstawowych i uwzględnienie czynników towarzyszących w procesach wytwórczych;
- modelowanie i optymalizacja w procesach wytwórczych.

Zagadnienia powiązane z czynnikami towarzyszącymi obecnie były włączane do trzeciego kierunku. W latach 2022-2025 wybrane zagadnienia trzeciego tematycznego kierunku zostały uwzględnione w dwóch poprzednich. Taka tematyka została mniej rozwijana w ostatnich trzech latach w moc mniejszego zainteresowania studentów Politechniki Opolskiej oraz pracowników zatrudnionych w przemyśle różną problematyką inżynierii bezpieczeństwa.

Istotą stosowanego podejścia realizowanego przy przeprowadzonych badaniach z wymienionych wyżej kierunków tematycznych pozostaje koncepcja rozwiązywania występujących problemów procesów wytwórczych poprzez opracowanie odpowiednich modeli matematycznych opisujących rozważane procesy i zjawiska produkcyjne tak i towarzyszące, metod rozwiązywania sformułowanych przy tym zagadnień matematyki, fizyki i chemii oraz nauk towarzyszących, optymalizację tych procesów z uwzględnieniem eksperymentalnych i teoretycznych danych o ich istocie, a także dostosowania do wymogów wykazanych czynników wytwórczych, społecznych, ekonomicznych, ekologicznych i inżynierii produkcji, w tym inżynierii bezpieczeństwa, zarówno w obszarze ogólnie rozumianego bezpieczeństwa pracy jak i bezpieczeństwa technicznego, powiązanych z efektywnym wytwarzaniem i kolejną realizacją i eksploatacją wyrobów, oraz czynników edukacyjnych, zarządzania, prawa, ochrony zdrowia, przy powszechnym zastosowaniu na wszystkich etapach symulacji komputerowej.

Szczególna uwaga poświęca się organizacji procesów wytwarzania i zarządzania działalnością oraz optymalnym funkcjonowaniem przedsiębiorstw w różnych dziedzinach przemysłu i gospodarki państwowej z uwzględnieniem spełnienia szeroko rozumianych wymogów wspomnianych problemów społecznych, ekonomicznych, ekologicznych, inżynierii produkcji, w tym bezpieczeństwa, logistyki, zarządzania, dydaktyki, opieki zdrowia i in. – w oparciu o zasady informatyki i specjalistyczne oprogramowanie.

Celem badań, prowadzonych w przedstawionych wyżej kierunkach tematycznych, jest ogólnie mówiąc opracowanie i udoskonalenie istotnych dla praktyki inżynierskiej procesów produkcyjnych i technologii, a także racjonalnego zarządzania nimi, w sposób umożliwiający osiągnięcie zamierzonych efektów jakościowych i ilościowych przy minimalizacji kosztów – szczególnie w obszarze zużycia materiałów i energii, przy zachowaniu koniecznych czynników logistycznych oraz marketingowych.

Z analizy różnorodnych aspektów organizacji procesów wytwórczych wynika, że w tej dziedzinie w każdym roku nadal wykonywana jest znaczna ilość badań, które mają zróżnicowany charakter i wymagają uogólnienia i systematyzacji. Próbkę takiego usystematyzowania wiedzy oraz udostępnienia otrzymanych nowych danych we wspomnianych uogólnionych dwóch obszarach tematycznych, powiązanych z wykorzystaniem wyników nauk podstawowych i uwzględnieniem czynników towarzyszących w procesach wytwórczych, modelowania i optymalizacji, w połączeniu tej wiedzy z występującymi problemami społecznymi, ekonomicznymi, ekologicznymi i inżynierii produkcji, logistyki, dydaktyki, opieki zdrowia i in. podjęto w Politechnice Opolskiej wydawaniem przez szes-

naście lat następującego cyklu monografii:

1. Modelowanie i inżynieria produkcji w ekorozwoju, Red. nauk. S. Szymura, OWPO SIM z. 236 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-60691-42-7), Opole 2008.

Экологические аспекты производства и среды, Науч. ред. А. Гачкевич, OWPO SIM z. 237 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-60691-43-4), Opole 2008.

Optimization of manufacturing processes, Ed. by M. Gajek, OWPO SIM z. 238 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-60691-44-1), Opole 2008.

2. Optimization of the structures of manufacturing processes, Ed. by M. Gajek, OWPO SIM z. 256 (ISSN 1429-6063; ISBN 83-6691-69-4), Opole 2009.

3. Optimization of manufacturing processes and more environment, Ed. by M. Gajek, OWPO SIM z. 276 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-60691-96-0), Opole 2010.

Modelowanie procesów wytwórczych / Моделирование производственных процессов, Red. nauk. M. Gajek, O. Hachkevych, OWPO SIM z. 277 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-60691-99-1), Opole 2010.

4. Manufacturing processes. Some problems, Ed. by: M. Gajek, O. Hachkevych, A. Stanik-Besler:

– v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 330 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-62736-85-0), Opole 2012.

– v. 2: Моделирование и оптимизация производственных процессов, OWPO SIM z. 331 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-62736-86-7), Opole 2012.

– v. 3: Safety engineering in manufacturing processes, OWPO SIM z. 332 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-62736-87-4), Opole 2012.

5. Manufacturing processes. Actual problems – 2013, Ed. by: M. Gajek, O. Hachkevych, A. Stanik-Besler:

– v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 364 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-64056-37-6), Opole 2013.

– v. 2: Моделирование и оптимизация производственных процессов, OWPO SIM z. 365 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-64056-38-3), Opole 2013.

– v. 3: Safety engineering in production processes, OWPO SIM z. 366 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-64056-39-0), Opole 2013.

6. Manufacturing processes. Actual problems – 2014, Ed. by: M. Gajek, O. Hachkevych, A. Stanik-Besler:

– v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 399 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-64056-87-1), Opole 2014.

– v. 2: Моделирование и оптимизация производственных процессов, OWPO SIM z. 400 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-64056-88-8), Opole 2014.

– v. 3: Inżynieria bezpieczeństwa w procesach wytwórczych, OWPO SIM z. 401 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-64056-89-5), Opole 2014.

7. Manufacturing processes. Actual problems – 2015, Ed. by: M. Gajek, O. Hachkevych, A. Stanik-Besler:

- v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 426 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-65235-24-4), Opole 2015.
- v. 2: Моделирование производственных процессов, OWPO SIM z. 427 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-65235-25-1), Opole 2015.
- v. 3: Критериальная оптимизация в производственных процессах, OWPO SIM z. 428 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-65235-26-8), Opole 2015.
- 8. Manufacturing processes. Actual problems – 2016, Ed. by: M. Gajek, O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański:
 - v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 453 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-65235-66-4), Opole 2016.
 - v. 2: Моделирование и оптимизация производственных процессов, OWPO SIM z. 454 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-65235-67-1), Opole 2016.
 - v. 3: Safety engineering in production processes, OWPO SIM z. 455 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-65235-68-8), Opole 2016.
- 9. Manufacturing processes. Actual problems – 2017, Ed. by: O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański:
 - v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 472 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-65235-93-0), Opole 2017.
 - v. 2: Моделирование и оптимизация производственных процессов, OWPO SIM z. 473 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-65235-94-7), Opole 2017.
 - v. 3: Safety engineering in production processes, OWPO SIM z. 474 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-65235-95-4), Opole 2017.
- 10. Manufacturing processes. Actual problems – 2018, Ed. by: O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański:
 - v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 492 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66033-22-1), Opole 2018.
 - v. 2: Моделирование и оптимизация производственных процессов, OWPO SIM z. 493 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66033-23-8), Opole 2018.
 - v. 3: Safety engineering in production processes, OWPO SIM z. 494 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66033-24-5), Opole 2018.
- 11. Manufacturing processes. Actual problems – 2019, Ed. by: O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański:
 - v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 523 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66033-60-3), Opole 2019.
 - v. 2: Моделирование и оптимизация производственных процессов, OWPO SIM z. 524 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66033-61-0), Opole 2019.
 - v. 3: Safety engineering in production processes, OWPO SIM z. 531 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66033-70-2), Opole 2019.
- 12. Manufacturing processes. Actual problems – 2020, Ed. by: O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański:
 - v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 546 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66033-90-0), Opole 2020.
 - v. 2: Моделирование и оптимизация производственных процессов, OWPO SIM z. 547 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66033-91-7), Opole 2020.

– v. 3: Safety engineering in production processes, OWPO SIM z. 548 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66033-92-4), Opole 2020.

13. Manufacturing processes. Actual problems – 2021, Ed. by: O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański:

– v. 1: Basic science applications in manufacturing processes, OWPO SIM z. 562 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66903-13-5), Opole 2021.

– v. 2: Моделирование и оптимизация производственных процессов, OWPO SIM z. 563 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66903-14-2), Opole 2021.

– v. 3: Safety engineering in production processes, OWPO SIM z. 564 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66903-15-9), Opole 2021.

14. Manufacturing processes. Actual problems – 2022, Ed. by: O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański:

– v. 1: Basic science applications and consideration of related factors in manufacturing processes, OWPO SIM z. 575 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66903-30-2), Opole 2022.

– v. 2: Modeling and optimization in manufacturing processes, OWPO SIM z. 576 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66903-31-9), Opole 2022.

15. Manufacturing processes. Actual problems – 2023, Ed. by: O. Hachkevych, A. Koziarska, A. Stanik-Besler:

– v. 1: Basic science applications and consideration of related factors in manufacturing processes, OWPO SIM z. 588 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66903-51-7), Opole 2023.

– v. 2: Modeling and optimization in manufacturing processes, OWPO SIM z. 589 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66903-52-1), Opole 2023.

16. Manufacturing processes. Actual problems – 2024, Ed. by: O. Hachkevych, A. Koziarska, A. Stanik-Besler:

– v. 1: Basic science applications and consideration of related factors in manufacturing processes, OWPO SIM z. 596 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66903-80-7), Opole 2024.

– v. 2: Modeling and optimization in manufacturing processes, OWPO SIM z. 597 (ISSN 1429-6063; ISBN 978-83-66903-81-4), Opole 2024.

Monografie te na ogół wydawane są w postaci trzech lub dwóch tomów poświęconych wyodrębnionym obszarom wiedzy.

Niniejszy zakres tematyczny oraz zagadnienia omawiane na seminarium przedstawiają nowe rezultaty przeprowadzonych w latach 2024-2025 badań należących do następujących uogólnionych rozdziałów:

– aplikacje nauk podstawowych i uwzględnienie czynników towarzyszących w procesach wytwórczych;

– modelowanie i optymalizacja w procesach wytwórczych z uwzględnieniem ich wzajemnego oddziaływania i przenikania oraz pewnego wpływu warunków odrębnych zarówno międzynarodowych, ogólnopństwowych, jak i lokalnych wydarzeń.

Pierwszy rozdział zakresu tematycznego przedstawia nowe rezultaty badań dotyczących dziedziny zastosowania metod i aplikacji nauk podstawowych przy

rozwiązywaniu zagadnień wybranych aspektów teoretycznych podstaw procesów wytwórczych z uwzględnieniem czynników towarzyszących (10 tematycznych Referatów). Z kolei w drugim rozdziale zakresu tematycznego zaprezentowano nowe wyniki badań, dotyczących modelowania matematycznego oraz optymalizacji przy opracowaniu procesów wytwórczych (11 tematycznych Referatów).

Z przedstawionych Referatów z zakresu tematycznego seminarium, który odbywa się corocznie już przez 17 lat, wypływa, że charakterystyczną i ważliwą osobliwością obecnego etapu rozwoju procesów wytwórczych nadal pozostaje konieczność rozwiązania wielu teoretycznych oraz praktycznych problemów wytwarzania wspólnie z występującymi jednocześnie towarzyszącymi zagadnieniami z innych dziedzin, co daje możliwość więc głębokiego przeanalizowania różnych procesów wytwarzania. Przy tym i nadal powstaje poszerzające przenikanie analitycznych, numerycznych i eksperymentalnych metod i modeli matematyki, fizyki i chemii, w szczególności elementów szeroko rozumianego komputerowego inżynieringu, w różne aspekty opracowania procesów wytwórczych na podstawie głębokiego rozumienia istoty istniejących procesów fizycznych i zjawisk oraz wyników ich modelowania, również jak czynników towarzyszących: specjalistycznych technologicznych, ekonomicznych, ekologicznych, inżynierii produkcji, w tym inżynierii bezpieczeństwa, zarządzania, logistyki, marketingu, ochrony zdrowia, dydaktycznych, prawa i in. Odznaczona tendencja w rozwinięciu rozważanych kierunków wytwarzania (produkcji) będzie pogłębiać się pewnie i w przyszłości. Jednakże przez ostatnie dwa lata istotnie zmniejszają się badania procesów wytwórczych w powiązaniu z wymienionymi czynnikami towarzyszącymi, w szczególności w dziedzinie opracowania teoretycznych podstaw procesów wytwórczych, poprzez osobliwości różnych wynikających niestandardowych czynników, powiązanych z pandemią i kolejnymi mutacjami oraz odrębnymi międzynarodowymi, ogólnopolskimi i lokalnymi wydarzeniami wywoławszy zmiany w organizacji procesów kształcenia i określenia tematyki oraz finansowania badań naukowych w różnych kolektywach (powiązanych z edukacją, jak i z wytwarzaniem). Przy tym ostatnia z wymienionych tendencji nie jest progresywną i wymaga podalszych dyskusji i rozwiązań.

Podobnie jak w poprzednich latach rozwiązywanie omawianych złożonych zagadnień wytwarzania powiązane jest z kompleksowością takich badań naukowych, prowadzenie ich poprzez szeroki zespół specjalistów z różnych dziedzin nauki, co możliwe jest tylko w wyniku wszechstronnej ogólnopolskiej i międzynarodowej współpracy pomiędzy odpowiednimi jednostkami naukowymi. Potwierdzają to wyniki prowadzonych w ciągu ponad 25 lat wspólnych tematycznych dyskusji i badań naukowców oraz procedura wydawania przez 17 lat wspólnych tematycznych monografii i kontakty specjalistów Politechniki Opolskiej w dziedzinach, powiązanych z opracowaniem różnych aspektów dotyczących procesów produkcyjnych, w szczególności w dziedzinie opracowania teoretycznych podstaw tych procesów, z polskimi i zagranicznymi ośrodkami naukowo-badawczymi: Politechniką Poznańską, Uniwersytetem Zielonogórskim,

Polskim Towarzystwem Ergonomicznym w Warszawie, Instytutem Problemów Stosowanych Mechaniki i Matematyki Narodowej Ukraińskiej Akademii Nauk, Narodowym Uniwersytetem im. Iw. Franka i „Politechniką Lwowską” we Lwowie, Uniwersytetem Technicznym w Ostrawie oraz Uniwersytetem Technicznym w Koszycach. Przedstawione w Referatach 2025 r. materiały są wynikiem takich wspólnych badań odrębnych z podanych kolektywów.

Materiały seminaryjne, jak również i inne z wydanego cyklu (streszczenia i materiały), przeznaczone są dla pracowników naukowych zajmujących się badaniem, projektowaniem i organizacją procesów wytwórczych. Mogą być wykorzystane przez inżynierów interesujących się aplikacjami nauk podstawowych, problemami modelowania i optymalizacji w procesach wytwórczych, a także szeroko rozumianej inżynierii produkcji i logistyki, w tym inżynierii bezpieczeństwa w procesach wytwórczych i istniejących warunkach pracy oraz innymi aspektami towarzyszącymi tym procesom, jak również przez studentów starszych lat kierunków: mechanicznych, elektrotechnicznych oraz budownictwa, inżynierii produkcji i logistyki, inżynierii bezpieczeństwa, zainteresowanych omawianymi problemami.

Odrębne z omawianych na seminarium problemów będą przedyskutowane więc dokładnie w rozdziałach wydawanej kolejnej odpowiedniej tematycznej monografii.

R. IVAS'KO¹, A. KOZIARSKA², R. KUSHNIR¹, R. TERLETS'KYI¹

¹ Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

² Opole University of Technology (Poland)

WYBRANE PROBLEMY ZASTOSOWAŃ ODDZIAŁYWAŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH W PROCESACH WYTWÓRCZYCH

W ciągu ostatnich lat w naukowo-technicznej literaturze wzrasta zainteresowanie teoretycznymi jak i eksperymentalnymi badaniami oddziaływania wzajemnego pól elektromagnetycznych (PEM) z continuum materialnym, w szczególności badaniami połączonych pól: elektromagnetycznych, temperaturowych i mechanicznych (przemieszczeń, odkształceń i naprężeń) w takich continuum [1-3, 6-8, 10, 12, 13, 21, 23, 25-29, 31, 34-37, 40, 41, 45-48 i in.].

Zainteresowanie te związane jest z powszechnym zastosowaniem urządzeń o różnym funkcjonalnym przeznaczeniu, podstawą działania których, czy ich składowych elementów, jest PEM, a również związane z wzrostem roli PEM w technologicznych procesach wyprodukowania i obróbki wyrobów z tradycyjnych i nowych materiałów w różnych dziedzinach przemysłu. Równolegle znaczna ilość teraźniejszych urządzeń i maszyn eksploatowane są w warunkach oddziaływania intensywnych PEM, a racjonalne warunki takiej eksploatacji powiązane są z wiedzą o parametrach zachodzących fizyczno-mechanicznych procesów.

Znajomość parametrów (charakterystyk) pól temperatury oraz naprężeń mechanicznych, powstałych na skutek oddziaływania zewnętrznych PEM, jest konieczna przy rozwiązywaniu różnych problemów optymalizacji szeregu technologicznych procesów wykonywanych z wykorzystaniem PEM, w szczególności przy wytwarzaniu i obróbce powłokowych elementów wielu konstrukcji, maszyn i wyrobów. Takimi procesami w szczególności są procesy hartowania, wyżarzania, spawania wytwarzania próżni w powłokowych układach, nanoszenia wzmacniających pokryć i stopów, odgazowania wyrobów i tp. [3, 6, 8, 9, 13, 27-29, 32, 35, 40, 45, 46 i in.]. Znajomość omówionych parametrów jest konieczna, jak zauważono poprzednio, również przy opracowaniu racjonalnych przebiegów eksploatacji maszyn i urządzeń pracujących w warunkach oddziaływania różnego rodzaju PEM.

Problema opisu, badania i zastosowania wzajemnego oddziaływania PEM i continuum materialnego należy do dziedziny mechaniki i fizyki pól połączonych i jest bardzo rozległa. Ogólna teoria takiego oddziaływania jest nieliniowa i złożona. Otrzymanie konkretnych wyników badań przy wykorzystaniu takiej teorii nawet przy teraźniejszym poziomie nauk matematycznych, fizycznych i modelowania komputerowego jest dosyć problematycznym. W moc tego przy pro-

wadzeniu badań z tej i pokrewnych dziedzin wykorzystowuje się opracowanie szczególnych wariantów teorii wzajemnego oddziaływania PEM i continuum materialnego, dostosowanych do węższych klas procesów fizycznych i typów materiałów przy uwzględnieniu osobliwości tych procesów i specyficznych elektromagnetycznych i innych właściwości materiałów przy istniejącym konkretnym typie PEM, wyszczególnieniu głównej istoty rozważanych zjawisk i problemów. Z wykorzystaniem takich wariantów teorii prowadzą więc dokładne badania wpływu specyficznych własności materiału oraz osobliwości oddziaływania na charakter wzajemowpływu PEM i continuum materialnego lub inne zjawiska tej wielostronnej problematyki [1, 4, 5, 11, 16-20, 22, 31, 33, 38, 39, 42-44 i in.].

Badaniem różnych aspektów tej aktualnej tematyki zajmują się prawie wszystkie znane naukowe szkoły świata i naukowe szkoły Polski oraz Ukrainy. I praktycznie każdy z naukowców ma opracowany jakiś temat, powiązany z elektromagnetyczną problematyką [1, 3, 7, 10, 13, 24, 26, 27, 30, 35, 45, 46, 48 i in.].

W ciałach przewodzących elektryczność, znajdujących się w PEM, indukowane są prądy elektryczne, których przepływowi towarzyszy powstawanie w każdej elementarnej objętości ciała produkcji cieplnej (ciepła Joulea oraz powiązanego z przemagnesowaniem i przepolaryzacją) oraz czynników ponderomotorycznych (sił i momentów skręcających elektrycznych i magnetycznych) – ogólnych czynników oddziaływania PEM. Wynikiem działania tych czynników są pojawiające się procesy cieplne i mechaniczne, które z kolei mają odwrotny wpływ na parametry PEM. Może powodować zmiany parametrów powstających pól połączonych poruszanie się ośrodka oraz wzrost temperatury.

Oddziaływanie PEM powoduje powstanie w ciałach rzędu innych zjawisk i procesów różnej natury fizycznej, w szczególności powiązanych z wspomnianymi polami temperaturowymi i mechanicznymi. Przy pewnych charakterystykach PEM parametry tych pól mogą osiągać dużych wartości i być większymi od dopuszczalnych, przy których tracą się własności funkcjonalne, graniczna nośność, wytrzymałość lub inne charakterystyki wyrobów, mogą powstać niepożądane zjawiska transportu ciepła i masy [2, 10, 12, 13, 15, 22, 25, 27-29, 32, 40, 45, 46, 48 i in.].

Teoria, metody i zastosowanie PEM są głównymi podmiotami elektrotechniki i elektrodynamiki.

W podstawowych pracach poświęconych rozwiązywaniu różnych problemów elektrotechniki powiązanych z teorią i zastosowaniami PEM zazwyczaj przyjmuje się parametry PEM jako nie powodujące powstania istotnych poziomów pól temperaturowych i mechanicznych (traktuje się te pole jako pomijalnie małe) [7, 22, 40, 43, 45, 46 i in.]. W zagadnieniach termomechaniki ciał przewodzących, w szczególności powiązanych z termoobróbką wyrobów, pola te powodują powstanie pewnych poziomów temperatur, naprężeń i deformacji w cieple, koniecznych dla prowadzenia konkretnych procesów technologicznych i te parametry już nie mogą być traktowane jako nieistotne. Naprzykład w zagadnie-

niach wyrażania konstrukcyjnych elementów lub wyrobów, jest konieczne podtrzymanie takich nateżeń pól elektrycznego i magnetycznego w odpowiednich indukcyjnych układach wytwarzających PEM, które powodują powstanie potrzebnych poziomów podwyższonych temperatur (temperatur wyrażania) w rozważanych elementach przy minimalnych poziomach spowodowanych tymi temperaturami towarzyszących naprężeń mechanicznych [3, 10, 12, 13, 29, 32, 37 i in.]. Niektóre procesy technologiczne prowadzone są przy wysokich temperaturach. Przy tym powstają zagadnienia termomechaniki termoczułych ciał przewodzących.

W ten sposób wynika niedostatecznie opracowana w terażniejszej naukowo-technicznej literaturze matematyczno-fizyczna problem mechaniki pól połączonych oraz mechaniki ciała stałego odkształcalnego, powiązana z opracowaniem matematycznych modeli i metod badania i optymalizacji spowodowanego oddziaływaniem zewnętrznych PEM termomechanicznego zachowania się ciał stałych w zależności od właściwości elektromagnetycznych (elektrycznych, magnetycznych, przewodności elektrycznej) materiału i osobliwości działania istniejącego typu PEM w celu rozbudowy optymalnych przebiegów kompleksowych obciążeń, jednym z których jest elektromagnetyczne, zabezpieczających konieczny dla technologii lub eksploatacji termomechaniczny stan ciał.

Zazwyczaj w procesach technologicznych wykonywanych z wykorzystaniem PEM stosowane są harmoniczne lub prawie harmoniczne PEM z krótkotrwałym przebiegu nieustalonymi. Dla tego przy rozwiązywaniu konkretnych zagadnień z tej dziedziny zakłada się, że PEM ma charakter ustalony lub ma charakterystyki amplitudowe, które mało zmieniają się w okresie drgań elektromagnetycznych (jest to tzw. przybliżenie quasi-ustalone). Zauważmy, że w niektórych technologiach wykorzystuje się też impulsowe PEM, w szczególności przy magnetycznej obróbce wyrobów [5, 14, 31 i in.]. Quasi-ustalone PEM należą do pól zakresu AM (AMF). Pola ustalone lub quasi-ustalone wykorzystywane są w szczególności przy indukcyjnym, kondensatorowym oraz rezonatorowym elektromagnetycznym nagrzewaniu [14, 27, 28, 36, 40, 45-47 i in.].

W terażniejszych technologiach obróbki materiałów o niskiej przewodności elektrycznej, w szczególności, szklanych, szeroko stosowane też elektromagnetyczne promieniowanie nadwysokoczęstotliwościowego zakresu – podczerwień, w tym ciepłe. Takie promieniowanie jest charakterystyczne oraz istotne dla ciał stałych przy ich nagrzewaniu [3, 6, 15, 27, 28 i in.].

W ten sposób jest aktualnym opracowanie tych podanych w literaturze i postawionych praktyką inżynierską matematycznych problemów mechaniki i fizyki, powiązanych z modelowaniem pól połączonych o różnej naturze fizycznej w szczególności, badaniem i optymalizacją, spowodowanego oddziaływaniem QUPEM zakresu radiowego, jak i podczerwieni, termomechanicznego zachowania się ciał o różnej przewodności elektrycznej i zdolności do namagnesowania i polaryzacji. Wyniki takich badań są teoretyczną podstawą dla opracowania racjonalnych za potrebnymi kryteriami przebiegów czy sposobów obróbki elektromagnetycznej lub eksploatacji przy oddziaływaniu PEM wyrobów z terażniej-

szych materiałów, w szczególności wielowarstwowych przy warstwach posiadających różne przewodności elektryczne oraz występujące zdolności do namagnesowania i polaryzacji.

LITERATURA

- [1] AMBARCUMIAN S.A., BAGDASARIAN G.E., BIEŁUBIEKIAN M.W.: *Magnitoprugost' obołoczek i płastin*. Nauka, Moskwa 1977.
- [2] ARKADJEV W.A.: *Elektromagnitnyje processy w metallah, Cz. II, Elektromagnitnoje pole*. NKTI, Moskwa-Leningrad 1936.
- [3] BOYCHUK V.: *Procesy termomechaniczne w przewodnikach niemetalowych przy oddziaływaniu pola elektromagnetycznego*. Studia i Monografie, z. 219, OW Politechniki Opolskiej, Opole, 2008.
- [4] BURAK Ya.I., GACHKIEVICH A.R. and SOLODYAK M.T.: Thermoelectricity of electrically conducting magnetically hard bodies in external steady electromagnetic fields. *Dokl. Akad. Nauk Ukr. SSR, Ser. A, No. 5*, 1988, s. 26-29.
- [5] BURAK Ja., HACHKEVYCH O., MUSIJ R., SZYMCZAK J.: *Termomechanika elektroprowodnych tiel pri vozdejstviu impulsnykh elektromagnitnykh polei s modulaciej amplitudy*. Międunar. Sbornik Naucz. Trudow, NAN RA, Erewan 2007, s. 105-111.
- [6] BURAK Ja.J., HACZKIEWICZ O.R., TERLECKIJ R.F.: *Termomechanika bahatokomponentnykh tiel nizkoji elektroprowidnosti*. Wyd. Spółom, Lwiiw 2006, 296 s. Tom 1 serii monografii: *Modeljuwannia ta optymizacija w termomechanici elektroprowidnykh neodnorodnykh tiel* (pod red. Ja.J. Buraka i R.M. Kuszniara).
- [7] ERINGEN A.C., MAUGIN G.A.: *Electrodynamics of continua*. Springer-Verlag, New York, 1989, vol. 2.
- [8] DROBENKO B., HACHKEVYCH O., KOURNYTSKYI T.: A mathematical simulation of high temperature induction heating of electroconductive solids. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 50, 2007, p. 616–624.
- [9] GACHKEVICH A.R., KASPERS'KII Z., SOLODYAK M.T. and TERLETS'KII R.F.: Mathematical modeling and optimization of the physico-mechanical processes in electrically conducting bodies due to a quasisteady electromagnetic fields, transl. in *J. of Math. Sci.*, 88, No. 3, 1998, p. 380-385.
- [10] GACZKIEWICZ A., KASPERSKI Z.: *Modele i metody matematyczne w zagadnieniach brzegowych termomechaniki ciał przewodzących*. Studia i Monografie, z. 110, OW Politechniki Opolskiej, Opole 1999.
- [11] GACZKIEWICZ A., KASPERSKI Z., TERLECKI R.: *Zasady modelowania matematycznego w termomechanice ciał przewodzących przy oddziaływaniu quasi-ustalonego pola elektromagnetycznego*, *Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej*, 1997, nr 230, *Matematyka*, z. 14, s. 11-20.

- [12] GŁUCHANOW N.P.: Fiziceskije osnovy vysokoczastotnoho nagriewa, Maszynostrojenije, Leningrad 1979.
- [13] GRINCZENKO W.T., ULITKO A.F., SZULGA N.A.: Miechanika swiazannyh polej w elementach konstrukcij. T.5, Elektrouprugost', Nauk. Dumka, Kijew 1989.
- [14] HACHKIEWICZ O., MUSIJ R., STASIUK H., SZYMCZAK J.: Metodyka rieszenija kompleksnoj zadaczi termomechaniki elektroprowodnych tieł pri impulsnyh elektromahnitnyh wozdiejstwijach, Tieorietичесkaja i Prikladnaja Miechanika, 2006, Wyp. 42, s. 105-111.
- [15] HOLLIDAY D., RESNICK R.: Fizyka 2 (Tom 2). PWN, Warszawa 1994.
- [16] HOMBERG D.: A mathematical model for induction hardening including mechanical effects. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2004, No. 5, P. 55-90.
- [17] KALISKI S.: Equation of a combined electromagnetic, elastic and spin field and coupled drift-type amplification effects, Proc. Vibr. Probl. Pol. Acad. Sci., 4, No. 1, 1963, 7-15.
- [18] KASPERSKI Z.: Wybrane zagadnienia termomechaniki ciał przewodzących liniowych względem własności elektrycznych i magnetycznych, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, 2001, nr 275, Matematyka, z. 17, s. 101-111.
- [19] KOŁODIJ B.I.: Opredelenije tiempieraturnykh polej i napriazhenij w potom cilindrie pri indukcionnom nagriewie, Prikl. miechanika, 5, wyp. 10 (1969), 35-41.
- [20] KOVALENKO A.D.: Selected Works [in Russian], Naukova Dumka, Kiev 1976.
- [21] KUDRYAVTSEV B.A., PARTON V.Z.: Magnetothermoelasticity, Itogi Nauki i Tekhniki. Mekh. Def. Tver. Tela, Vol. 4 (1981), 3-59.
- [22] LANDAU L.D., LIFSZIC E.M.: Elektrodynamika ośrodków ciągłych, PWN, Warszawa 1960.
- [23] MARMER E.N., GURIEWICZ O.S., MALCEWA L.F.: Wysoko-temperaturnyje matieriały, Mietalurgija, Moskwa 1967.
- [24] MARUSZEWSKI B.: Dynamical magnetothermoelastic problem in circular cylinders – II. Thermal, magnetic and elastic fields, Int. J. Eng. Sci., 19, 1981, p. 1241.
- [25] MARUSZEWSKI B.: Termodynamiczne podstawy magnetotermodyfuzji i elektrotermodyfuzji w ośrodku ciągłym, Zeszyty Naukowe Politechniki. Poznańskiej, 1986, Rozprawy, 178 s.
- [26] MAUGIN G.A., ERINGEN A.C.: On the equations of the electromagnetics of deformable bodies of finite extent, J. Mecanique, 16, 1977, p. 101-147.
- [27] Mechanical Modelling of New Electromagnetic Materials, Ed. by R.K.T. HSIEH: Proc. of the IUTAM Symp., Stockholm, 2-6 April 1990, Elsevier, Amsterdam etc. 1990.

- [28] Modelowanie procesów wytwórczych / Modelirowanije proizvodstwiennych processow. Red nauk. M. Gajek, O. Hachkevych, OWPO Studia i Monografie, Z. 277, Opole 2010.
- [29] MOON F.C.: Problems in magneto-solid-mechanics, *Mechanics Today*, 1978, p. 307-390.
- [30] MOON F.C., CHATTOPADHYAY S.: Magnetically induced stress waves in a conduction solid-theory and experiment, *Trans. ASME, E.*, 41, No. 3, 1974, p. 641-646.
- [31] MUSIJ R., SZYMCZAK J.: Metodyka doslidżennia rezonansnych jawyszcz u neferromahnitnych elektroprowidnych tiłach kanonicznoji formy za elektromahnitnoji diji w režymi z impulsnym modulujuczym syhnałom, *Fizyko-Matematyczne Modeluwannia ta Informacijnii Technołohiji*, wyp. 8, 2008, s. 113-129.
- [32] NOWACKI W.: Efekty elektromagnetyczne w stałych ciałach odkształcalnych, PWN, Warszawa 1983.
- [33] NOWACKI W.: *Thermoelasticity*, 2 ed., PWN – Pergamon Press, Warszawa 1986.
- [34] PARKUS H.: *Magneto-thermoelasticity*, Springer-Verlag, Wien-New York, Udine 1972.
- [35] PARTON V.Z. and KUDRYAVTSEV B.A.: *Electromagmetoelasticity of Piezoelectric and Electrically Conducting Bodies* [in Russian], Nauka, Moscow 1988.
- [36] PIĄTEK Z.: Straty mocy Joule’a w przewodzie walcowym pochodzące od prądów wirowych indukowanych przez prąd płynący w przewodzie równoległym, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektr.*, nr 75, 1981, s. 151-157.
- [37] PODSTRIGACH Ya.S., BURAK Ya.J., GACHKIEVICH A.R. and CHERNYAVSKAYA L.V.: *Thermoelasticity of Electrically Conducting Bodies* [in Russian], Naukova Dumka, Kiev 1977.
- [38] PODSTRIGACH Ya.S. and KOLODII B.I.: Temperature fields and stresses in induction heating of an elastic layer, *Tieplowyje napriazienija w elementach konstrukcij*, No. 10, 1970, s. 208-214.
- [39] PODSTRIGACH Ya.S., and SHVETS R.N.: *Thermoelasticity of Thin Shells* [in Russian], Naukova Dumka, Kiev 1978.
- [40] RAWA H.: *Elektryczność i magnetyzm w technice*, PWN, Warszawa 1994.
- [41] RODIGIN N.M.: *Induction Heating of Steel Equipment by Currents of Normal Frequency* [in Russian], Metallurgizdat, Sverdłowsk 1950.
- [42] SIEDOW L.I.: *Miechanika spłosznoj sriedy*, T. 1 i 2, Nauka, Moskwa 1976.
- [43] SIEMIONOW A.A.: *Tieorija elektromahnitnych wołn*, Moskowskij Uniw., Moskwa 1968.
- [44] SYCZOW W.W.: *Složnyje tiermodinamiczkiej sistemy*, Nauka, Moskwa 1980.

- [45] TAMM I.E.: Foundations of the Theory of Electricity [in Russian], Nauka, Moscow 1976.
- [46] TUROWSKI J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych, WNT, Warszawa 1982.
- [47] WAJNBIERG A.M.: Indukcionnyje pławilnyje pieczy, Energiya, Moskwa 1967.
- [48] Wpływ pola elektromagnetycznego na termodyfuzję w ośrodku izotropowym, pod. red. J. STEFANIAKA, PWN, Warszawa-Poznań 1982.

**I. APLIKACJE NAUK PODSTAWOWYCH I
UWZGLĘDNIENIE CZYNNIKÓW
TOWARZYSZĄCYCH W PROCESACH
WYTWÓRCZYCH**

**BASIC SCIENCE APPLICATIONS AND
CONSIDERATION OF RELATED FACTORS IN
MANUFACTURING PROCESSES**



V. FLYUD^{1, 2}, O. TERESHCHUK³

¹ Opole University of Technology, Opole, Poland

² Ivan Franko National University of Lviv, Lviv, Ukraine

³ Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy, Lviv, Ukraine

ZAGADNIENIA BRZEGOWE OPISUJĄCE SIĘ SILNIE ZABURZONYMI RÓWNANIAMI RÓŻNICZKOWYMI

Zagadnienia brzegowe opisujące się równaniami różniczkowymi zarówno zwyczajnymi, jak i cząstkowymi, w których współczynnik przy najwyższych pochodnych jest małą wielkością (małym parametrem), nazywamy zagadnieniem silnie zaburzonym. Oznacza to, że dla małych wartościach parametru lub parametrów równania mogą występować duże zmiany w rozwiązaniu. W takich przypadkach klasyczne metody rozwiązywania mogą zawodzić, wymagając zastosowania specjalnych technik, takich jak metody zaburzeń. Rozważania te dotyczą zarówno równań różniczkowych zwyczajnych, jak i cząstkowych, stanowiąc istotny obszar badań w matematyce stosowanej.

Takie zagadnienia opisują modele matematyczne w naukach przyrodniczych, technicznych i inżynierskich.

Dla reprezentowanych zagadnień silnie zaburzonych zostały skonstruowane rozwinięcia asymptotyczne rozwiązania względem potęg małego parametra. Asymptotyka rozwiązania silnie zaburzonych zagadnień zawiera funkcje warstwy brzegowej, które opisują zachowanie rozwiązania w otoczeniu punktu brzegowego. Udowodniono ich potęgowo zanikające zachowanie.

Sformułowane pewne założenia określające poprawność rozwinięcia asymptotycznego rozwiązania.

H. SCIĘGOSZ

Opole University of Technology (Poland)

PAKIET GRAPHPAD PRISM DO OPISU, INTERPRETACJI I GRAFICZNEJ PREZENTACJI WYNIKÓW EKSPERYMENTALNYCH

GraphPad Prism jest jednym z często wykorzystywanych narzędzi statystyczno-graficznych w naukach eksperymentalnych. Program powstał jako rozwiązanie integrujące trzy elementy kluczowe dla pracy badawczej: wprowadzanie danych, ich analizę statystyczną oraz wizualizację wyników. Dzięki temu użytkownik może w jednym środowisku wykonać całość procedury badawczej – od importu danych aż po przygotowanie ilustracji do publikacji. Charakterystyczną cechą Prism jest bardzo intuicyjny interfejs oraz szeroki zbiór gotowych do użycia metod analitycznych, co czyni go przyjaznym narzędziem.

Prism został zaprojektowany z myślą o eksperymentach laboratoryjnych, w których dane mają często prostą strukturę i wymagają powtarzalnych analiz. Program automatyzuje wiele kroków, podpowiada właściwe testy statystyczne oraz pozwala na szybkie generowanie wykresów publikacyjnej jakości. Z powodzeniem może służyć zarówno pracownikom naukowym, jak i studentom do opisu, interpretacji i graficznej prezentacji uzyskiwanych przez nich wyników eksperymentalnych.

Jedną z największych zalet Prism jest jego struktura oparta na logicznym łąceniu arkuszy. Dane, wyniki analiz i grafy są ze sobą powiązane — zmiana danych automatycznie aktualizuje powiązane wyniki i wykresy. Program korzysta z czterech typów arkuszy: Data Table, Info Sheet, Results, Graph. Dane można wprowadzać ręcznie lub importować z plików zewnętrznych, takich jak CSV, Excel czy tekstowych plików tabelarycznych. Program dobiera dostępne testy statystyczne na podstawie typu tabeli, dlatego wybór odpowiedniego formatu jest pierwszym istotnym krokiem. Prism obsługuje zarówno dane liczbowe, jak i dane kategoryczne. W przypadku analiz bardziej złożonych (np. dane z pomiarów wielokrotnych, dane powiązane, dane o strukturze hierarchicznej), program udostępnia specjalne układy tabel, które ułatwiają wykonanie analizy zgodnej z założeniami metod statystycznych. GraphPad Prism jest powszechnie ceniony za bardzo szerokie możliwości wizualizacji wyników w standardzie akceptowanym przez czasopisma naukowe. Wykresy generowane w programie charakteryzują się wysoką estetyką, czytelnością oraz łatwością dostosowania nawet do złożonych potrzeb. Każdy z typów wykresu można dowolnie modyfikować: zmieniać kolory, style punktów, grubość linii, opisy osi czy rozmiar czcionek, wskazywać wyniki testów

statystycznych w formie wartości p, gwiazdek lub linii porównań, dodawać opisy, podpisy, legendę oraz komentarze.

Program pozwala zapisywać wykresy w wielu formatach, m.in. TIFF, EPS, PDF, PNG czy SVG. Dzięki temu możliwe jest przygotowanie grafik spełniających wymagania redakcyjne czasopism naukowych.

LITERATURA

- [1] Podstawy użytkowania GraphPad Prism – poradnik w wersji wideo
<https://www.youtube.com/watch?v=Ja0QMEIDY6E&t=68s>
- [2] Przewodniki dla użytkowników GraphPad Prism
<https://www.graphpad.com/prism-academy?version=10.6.1&build=892&platform=Windows&osVersion=10.0.26100&osBitVersion=64&configuration=full&appLanguageCode=en-us>

B. BOZHENKO¹, O. HACHKEVYCH^{1,2},
R. IVAS'KO², R. KUSHNIR²

¹ Opole University of Technology (Poland)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

LINIOWO-MAGNESUJĄCE SIĘ CIAŁA PRZEWODZĄCE ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO

W szeregu badań dotyczących wyznaczania parametrów określających pola połączone (elektromagnetyczne, cieplne i mechaniczne (przemieszczeń, deformacji i naprężeń)) w niedielektrycznych nieferromagnetycznych ciałach przewodzących powstających na skótek oddziaływania harmonicznego (ustalonego) i niestacjonarnego (w szczególności impulsowego) pola elektromagnetycznego (PEM), wpływ pola na procesy transportu ciepła i deformacji jest związany z ciepłem Joule'a i siłami ponderomotorycznymi. W takim podejściu, przy stałych charakterystykach materiałowych ciała (równych początkowym, średnim lub wartościom przyjętym wg innych zasad dla rozważanego zakresu temperatur), zagadnienie na wyznaczanie pól temperatury i naprężeń w niedielektrycznym nieferromagnetycznym ciele przewodzącym redukuje się do kolejnego rozwiązania równań elektrodynamiki i termosprężystości, przy odpowiednich warunkach początkowych i brzegowych. Z równań elektrodynamiki określa się charakterystyki PEM w ciele, a następnie ciepło Joule'a i siły ponderomotoryczne, które są z kolei źródłami ciepła i siłami objętościowymi w równaniach termosprężystości.

Dla rozpatrywanych niedielektrycznych nieferromagnetycznych ciał przewodzących, zależności konstytutywne wiążące wektory natężeń i indukcji pól elektrycznego i magnetycznego w ośrodku i gęstości prądów elektrycznych przyjmuje się w postaci:

$$\vec{D}_{**} = \varepsilon_0 \varepsilon_* \vec{E}_{**}, \quad \vec{B}_{**} = \mu_0 \mu_* \vec{H}_{**}, \quad \vec{j}_{**} = \sigma \vec{E}_{**},$$

gdzie $\varepsilon_* = \varepsilon_0^{-1} \varepsilon$ i $\mu_* = \mu_0^{-1} \mu$ – względne przenikalności elektryczna i magnetyczna, które są stałe.

Zazwyczaj w procesach technologicznych stosowane są harmoniczne PEM z krótkotrwałym przebiegiem nieustalonym. Dlatego przy rozwiązywaniu konkretnych zagadnień nagrzewania indukcyjnego zakłada się, że PEM ma charakter ustalony. Często przyjmuje się, że PEM ma charakterystyki amplitudowe, które mało zmieniają się w okresie drgań elektromagnetycznych (jest to tzw. Pole quasi-ustalone (QUPEM)).

W niektórych technologiach wykorzystuje się impulsowe PEM, w szczególności przy magnetycznej obróbce wyrobów.

We wielu zagadnieniach, dotyczących różnych problemów elektrotechniki oraz zastosowań oddziaływania PEM w procesach wytwórczych konieczne są zależności opisujące parametry tego pola oraz wyrażone przez nie ciepło Joule'a i siły ponderomotoryczne. Zatem ważne jest prawidłowe formułowanie zagadnień fizyki matematycznej, wyznaczających PEM w ciałach przewodzących elektryczność.

Zagadnienia te określają parametry charakteryzujące PEM w rozważanych ciałach i dają możliwość wyznaczania czynników oddziaływania PEM powodujących powstanie w tych ciałach pól o innej naturze fizycznej, w szczególności pól temperaturowych i mechanicznych (przemieszczeń, deformacji i naprężeń). Takie zagadnienia są wyjściowymi również przy rozwiązywaniu szeregu problemów zastosowań PEM i optymalizacji przy różnych typach obróbki konkretnych elementów konstrukcji i urządzeń, w szczególności w powszechnie stosowanym nagrzewaniu indukcyjnym, oraz problemów powiązanych z ich bezpieczeństwem i trwałą eksploatacją w warunkach oddziaływania takich pól.

Określimy ciała liniowo-magnesujące się. Dla ciał ferromagnetycznych zależności wiążące wektory natężeń i indukcji pól elektrycznego i magnetycznego w ośrodku, a także ich z gęstością prądów elektrycznych przyjmowane są w postaci

$$\vec{D}_{**} = \epsilon \vec{E}_{**}, \quad \vec{B}_{**} = B_{**}(H_{**}) \vec{e}_H = \mu(H_{**}) \vec{H}_{**}, \quad \vec{j}_{**} = \sigma \vec{E}_{**}.$$

Dokładny analityczny opis charakterystycznej dla ferromagnetycznych materiałów nieliniowej zależności między $\vec{B}_{**}$ i $\vec{H}_{**}$ okazuje się praktycznie niewykonalny.

W różnych zastosowaniach elektrotechnicznych przyjmuje się, że dla powszechnie rozpowszechnionych w technice ciał magnetycznie miękkich (dla których pętla histerezy praktycznie pokrywa się z podstawową krzywą namagnesowania) analitycznym wyrażeniem związku między B_{**} i H_{**} (najdokładniej opisującym charakter eksperymentalnej zależności i uwzględniającym możliwość nasycenia) jest aproksymacja

$$B_{**} = \mu_0 H_{**} + \beta \arctg \alpha H_{**},$$

gdzie $\beta = \frac{2}{\pi} M_S$, $\alpha = (\mu_p - 1) \mu_0 \beta^{-1}$, μ_p – początkowa względna przenikalność magnetyczna, $M_S \approx \mu_0^{-1} B_S$ – namagnesowanie nasycenia. Zazwyczaj magnetycznie miękkie materiały (technicznie czyste żelazo, konstrukcyjne oraz elektrotechniczne stali i in.) mają duże wartości początkowej magnetycznej przenikalności μ_p i wąską pętlę histerezy. Dla takich materiałów zależność

(nieliniowa) między natężeniem pola magnetycznego i indukcją praktycznie pokrywa się z podstawową krzywą namagnesowania. W tych przypadkach wyjścio-

wy układ równań Maxwella linearyzują, przyjmując omówioną zależność w postaci

$$\vec{B}_{**} = \mu_{ef} \vec{H}_{**},$$

gdzie $\mu_{ef} = \mu_0 + \frac{\kappa_*}{\underline{\alpha} H_0} \arctg(\underline{\alpha} H_0)$. W zależnościach $\underline{\alpha} = \frac{\kappa_*}{\underline{\beta}}$, $\underline{\beta} = \frac{2}{\pi} B_S$,

$\kappa_* = \mu_0 (\mu_p - 1)$, B_S – wartość indukcji nasycenia, H_0 – charakterystyczna wartość natężenia pola magnetycznego, za którą wybierana jest maksymalna osiągnięta wartość amplitudy na powierzchni ciała.

W ten sposób zależności podstawowe zagadnień mogą być przyjęte przy $\mu = \mu_{ef} = \text{const}$ za wyjściowe i przy przybliżonym wyznaczaniu (w technicznym przybliżeniu) parametrów PEM w ferromagnetycznych ciałach takiego typu. Zaznaczmy, że dla parametrów elektromagnetycznych w pewnych ferromagnetycznych materiałach ta zależność jest liniową w wybranych przedziałach zmiany natężenia pola magnetycznego. Dla niektórych ferromagnetycznych materiałów w literaturze jest też określona stała wartość przenikalności magnetycznej równoważna istniejącej dla tego typu materiału względem pewnych wybranych kryterium. W ten sposób *przez liniowo-magnesujące się ciała określamy ciała posiadające liniową zależność między indukcją a natężeniem pola magnetycznego*.

Jest ważnym opracowanie omówionych zagadnień fizyki matematycznej dla ciał o klasycznej prostej konfiguracji. Takie zagadnienia pozwalają w nieskomplikowany sposób ustalić osobliwości istniejących procesów, które mogą być korzystne w zastosowaniach, uściślić formułowania samych zagadnień, otrzymać prawidłowości pozwalające zmniejszyć złożoność problemów przy konieczności wykorzystania więc ogólnych formułowań.

Przy tym za wyjściowy przy określeniu parametrów PEM przyjmowany jest podstawowy układ równań elektrodynamiki Maxwella, sformułowany względem parametrów PEM. Charakterystyki materiałowe przyjmuje się niezależnymi od temperatury, a odpowiednie wektorowe parametry opisujące PEM (natężenia oraz przesunięcia (indukcji) odpowiednich pól i prądy elektryczne) – wzajemnie równoległymi.

Jako rozważane ciało rozpatruje się nieograniczoną, sprężystą warstwę przewodzącą o grubości h , sztywnie połączoną z podstawą dielektryczną (ze względu na własności elektrofizyczne jest to próżnia). Warstwa jest poddana oddziaływaniu QUPEM. Określone jest ono przez wartość wektora natężeń pola elektrycznego (magnetycznego) na powierzchni $z=0$ lub przez zadanie rozkładu prądów elektrycznych w zewnętrznym ($z < 0$) środowisku (próżni). Wszystkie charakterystyki metryczne są bezwymiarowe (względem grubości warstwy h).

Wyznacza się parametry opisujące PEM w obszarze warstwy $0 \leq z \leq 1$, odpowiadające im ciepło Joule'a i siły ponderomotoryczne oraz temperaturę i naprężenia mechaniczne przy danych warunkach wymiany ciepła ze środowiskiem zewnętrznym i zamocowania warstwy.

W rozważanych przypadkach zadania pola przy określeniu PEM korzysta się z zespolonych przedstawień wektorów w równaniach Maxwella. Otrzymuje się wyrażenia dla amplitud (funkcji rozwiązujących) natężeń pola elektrycznego lub magnetycznego odpowiednio w warstwie oraz wyrażenia dla ciepła Joule'a i sił ponderomotorycznych. Rozważano przypadki silnego zjawiska naskórkowości PEM oraz słabego. Przeanalizowano osobliwości czasowo-przestrzennej struktury rozwiązań oraz rozkładów ciepła Joule'a, sił ponderomotorycznych, a również temperatury i składowych naprężeń dla omawianych przypadków zjawisk naskórkowości.

L. HAYEVSKA¹, O. HUMENCHUK¹, S. MORYŃ², A. STANIK-BESLER³

¹ Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

² Zespół Szkół Ogólnokształcących Nr 1 w Sędziejowicach (Poland)

³ Opole University of Technology (Poland)

POLE ELEKTROMAGNETYCZNE ORAZ CZYNNIKI JEGO ODDZIAŁYWANIA W LINIOWO-MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY OKREŚLONEJ POWIERZCHNIOWEJ WARTOŚCI ZESPOLONEJ AMPLITUDY NATEŻENIA POLA ELEKTRYCZNEGO

W celu racjonalnego stosowania aplikacji fizycznych oraz matematycznych podejść przy opracowaniu matematycznych modeli i zagadnień o wyznaczaniu i badaniu quasi-ustalonego pola elektromagnetycznego (QUPEM) w liniowo-magnesujących się ciałach przewodzących elektryczność przy różnych określaniach PEM rozważa się zagadnienie dla warstwy przy zadanej (wiadomej) wartości zespolonej amplitudy nateżenia pola elektrycznego na podstawach warstwy.

Rozpatruje się nieograniczoną warstwę przewodzącą elektryczność o grubości h , sztywnie połączoną z podstawą dielektryczną (ze względu na własności elektrofizyczne jest to próżnia). Warstwa jest poddana oddziaływaniu QUPEM, określonego przez wartość wektora nateżeń pola elektrycznego na powierzchni $z=0$. Wszystkie charakterystyki metryczne są bezwymiarowe (względem grubości warstwy h).

Wyznacza się parametry opisujące PEM w obszarze warstwy $0 \leq z \leq 1$, odpowiadające im ciepło Joule'a i siły ponderomotoryczne. Pole jest określone przez wartość na powierzchni $z=0$ składowej stycznej $E_{*x}^{(1)}(z, t)$ zespolonego wektora nateżenia pola elektrycznego $\vec{E}_*^{(1)}(\vec{r}, t)$, czyli

$$E_{*x}^{(1)}(z, t) = E(t) E_0 e^{i\omega t},$$

gdzie $E(t)$ spełnia warunek quasi-ustalonego pola

$$\left| \frac{dE(t)}{dt} \right| \ll \omega |E(t)|.$$

Wówczas warunek brzegowy ma postać

$$\vec{E}_*^{(1)}(z, t) \Big|_{z=0} = \{E(t) E_0 e^{i\omega t}; 0; 0\},$$

gdzie $E(t)$, E_0 są zadane. Ponieważ warunek brzegowy dotyczy powierzchni warstwy $z=0$, to rozpatrywany obszar zawiera podobzwarstwę $0 \leq z \leq 1$ oraz

próżnię $z > 1$. Z analizy występujących w zagadnieniu zależności otrzymamy, że w warstwie (obszar (1)) i w próżni (obszar (0)) istnieją niezerowe quasi-ustalone składowe:

$$E_{*x}^{(1)}(z, t) = E(t) E_x^{(1)}(z) e^{i\omega t},$$

$$E_{*x}^{(0)}(z, t) = E(t) E_x^{(0)}(z) e^{i\omega t}$$

natężeń zespolonych $\vec{E}_*^{(1)}(z, t)$, $\vec{E}_*^{(0)}(z, t)$ pola elektrycznego.

Korzystając z zespolonych przedstawień wektorów z równań Maxwella dla rozważanego przypadku otrzymano wyrażenia dla zespolonej amplitudy natężenia pola elektrycznego i odpowiedniego jemu pola magnetycznego w warstwie oraz wyrażenie dla ciepła Joule'a i sił ponderomotorycznych.

Rozważano przypadki silnego zjawiska naskórkowości oraz słabego (głębokiego oddziaływania elektromagnetycznego). Przeanalizowano rozkłady ciepła Joule'a i sił ponderomotorycznych dla różnych przypadków zjawiska naskórkowości.

Ilościowe oszacowania otrzymanych rozwiązań pokazują, że dla liniowego, magnesującego się ciała mamy

$$\delta_* = \frac{2}{\sqrt{2\mu_0\mu_{*1}\sigma_1\omega h}} \equiv \frac{\delta_{**}}{\sqrt{\mu_{*1}}},$$

gdzie $\delta_{**} = 2(2\mu_0\sigma_1\omega h^2)^{-1/2}$ – parametr zastępczej głębokości wnikania fali do środowiska niemagnetycznego ($\mu_1 \approx \mu_0$).

Wartość względnej przenikalności μ_{*1} dla magnetycznych materiałów może być o dwa i więcej rzędów większa od analogicznej wartości dla materiałów niemagnetycznych, co w ciałach magnetycznych powoduje *wzmocnienie zjawiska naskórkowości* w rozkładach ciepła Joule'a oraz sił ponderomotorycznych.

Ilościowe oszacowania rozwiązań pokazują, że siła „magnetyczna” F_{*M} (działająca na dipola magnetyczne oraz prądy molekularne) jest o $\mu_{*1} - 1$ razy większa od siły Ampere'a F_{*A} , a siła F_{*A} dla materiału magnetycznego zwiększa się o $\mu_{*1}^{3/2}$ razy w porównaniu z analogiczną dla materiału niemagnetycznego równoważnego (mającego bezwzględną przenikalność magnetyczną $\mu_1 = \mu_0$, a współczynnik przewodności elektrycznej i pozostałe charakterystyki, takie jak materiał wyjściowy). Dla każdej chwili czasu siły te mają przeciwny zwrot. Przy $\mu_{*1} = 2$ wartości sił są takie same i wobec tego ich wypadkowa jest równa zero. Rozkład sił F_{*A} i F_{*M} w zależności od współrzędnej z jest identyczny. Przy $\mu_{*1} \rightarrow 1$ wartość F_{*A} dąży do wartości takiej jak dla materiału niemagnetycznego, a F_{*M} – do zera.

Przy $\mu_{*1} \geq 100$ F_{*A} jest pomijalnie małą w porównaniu z F_{*M} (z błędem względnym mniejszym od 1%). Dla wypadkowej F_* otrzymamy

$$F_* \approx F_{*M} = -\mu_{*1} F_{*A}.$$

Mało zmieniająca się w czasie (uśredniona w okresie) składowa $F_{A(1)}$ dla rozważanej warstwy jest siłą ściskającą, a $F_{M(1)}$ – rozciągającą. Wypadkowa F jest ściskającą dla $\mu_{*1} < 2$ i rozciągającą dla $\mu_{*1} \geq 2$. Przy tym wartości maksymalna i sumaryczna siły F względem grubości dążą do zera przy wzmocnieniu zjawiska naskórkowości (dla dużych częstości $\omega \rightarrow \omega_{\max}$, gdzie $\omega_{\max}$ – największe możliwe częstości dla zakresu radiowego przy których

$$\delta_{*\min} = \frac{2}{\sqrt{2\mu_1\sigma_1\omega_{\max}h}} \rightarrow 0).$$

B. CHORNYI¹, R. IVAS'KO², A. MARYNOWICZ³, V. MISHCHENKO²

¹ National University "Lvivs'ka Politechnika" (Ukraine)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

³ Opole University of Technology (Poland)

POLE ELEKTROMAGNETYCZNE ORAZ CZYNNIKI JEGO ODDZIAŁYWANIA W LINIOWO-MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY OKREŚLONEJ POWIERZCHNIOWEJ WARTOŚCI ZESPOLONEJ AMPLITUDY NATĘŻENIA POLA MAGNETYCZNEGO

Rozważa się zagadnienie o wyznaczaniu i badaniu quasi-ustalonego pola elektromagnetycznego (QUPEM) i odpowiadającego jemu ciepła Joule'a i sił ponderomotorycznych w liniowo-magnesującej się warstwie przewodzącej elektryczność określonego wartością zespolonej amplitudy natężenia pola magnetycznego na podstawach warstwy. Warstwa jest o grubości h , sztywnie połączona z podstawą dielektryczną (ze względu na własności elektrofizyczne jest to próżnia).

Podobnie jak przy zadanej wartości zespolonej amplitudy natężenia pola elektrycznego na podstawach warstwy w rozważanym przypadku na podstawie $z = 0$ mamy:

$$\vec{H}_*^{(1)}(z, t) \Big|_{z=0} = \{H(t)H_0 e^{i\omega t}; 0; 0\},$$

gdzie $H(t)$, H_0 są to wielkości dane.

W tym przypadku zagadnienie wyznaczania PEM w warstwie wygodnie jest formułować względem funkcji $\vec{H}_*$. Przy tym za wyjściowe przyjmowany jest podstawowy układ równań elektrodynamiki – układ Maxwella, sformułowany względem zespolonej amplitudy natężenia pola magnetycznego. Otrzymano wyrażenia dla zespolonej amplitudy natężenia pola magnetycznego i odpowiedniego jemu pola elektrycznego w warstwie oraz zapisywanych przez nie wyrażeń dla ciepła Joule'a i sił ponderomotorycznych. Omówiono przypadki silnego i słabego zjawisk naskórkowości oraz osobliwości ciepła Joule'a Q i sił ponderomotorycznych F przy nich.

Z analizy rozwiązań otrzymano, że zależności między siłą Ampere'a F_A i siłą magnetyczną F_M (działająca na dipola magnetyczne oraz prądy molekularne) są takie jak podane wyżej dla zagadnienia przy zadanej na powierzchni warstwy wartości natężenia pola elektrycznego.

Przy silnym zjawisku naskórkowości $\delta_* = \frac{2}{\sqrt{2\mu_0\mu_{*1}\sigma_1\omega h}} \leq 0,25$ ciepło

Joule'a wzrasta proporcjonalnie do γ_*^2 , a siła ponderomotoryczna proporcjonalnie do γ_* (μ_{*1} – względna przenikalność magnetyczna materiału, σ_1 – współczynnik przewodnictwa elektrycznego, $\gamma_* = 2\delta_*^{-1}$). Przy zadanej częstotliwości ω dla magnetycznego materiału, ciepło Joule'a zwiększa się μ_{*1} razy, a siła ponderomotoryczna – $\mu_{*1}^{5/2}$ razy w porównaniu z analogicznymi wielkościami dla materiału niemagnetycznego równoważnego.

Przy słabym zjawisku naskórkowości ($\delta_* \geq 8$) Q i F nie zależą od częstotliwości ω (od δ_*). Wartość ciepła Joule'a nie zależy od własności magnetycznych materiału, a siła ponderomotoryczna dla magnetycznego materiału jest proporcjonalna do μ_{*1}^2 .

B. BOZHENKO¹, L. HAYEVS'KA², A. STANIK-BESLER¹, A. TORS'KYI²

¹ Opole University of Technology (Poland)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

**POLE ELEKTROMAGNETYCZNE ORAZ CZYNNIKI JEGO
ODDZIAŁYWANIA W LINIOWO-MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE
PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY OKREŚLONEJ
WARTOŚCI ZESPOLONEJ AMPLITUDY GĘSTOŚCI PRĄDU W
ZEWNĘTRZNYM WZGLĘDEM OBSZARU WARSTWY
ŚRODOWISKU**

Rozważa się zagadnienie wyznaczania parametrów opisujących pole elektromagnetyczne (PEM) w warstwie, powstałego w wyniku działania układu quasi-ustalonych prądów elektrycznych, rozłożonych w cienkiej warstwie znajdującej się w odległości z_0 od rozważanej warstwy przewodzącej. Rzeczywiste uzwojenie o przestrzennym rozkładzie prądów sprowadzone do nieskończonej cienkiej warstwy (płaszczyzna $z = -z_0$) o zespolonej gęstości natężenia prądu

$$\vec{j}_*^{(0)} = \{j(t)j_0\delta(z + z_0)e^{i\omega t}; 0; 0\},$$

gdzie: $\delta(z)$ – dystrybucja delta Diracka, z_0 – odległość płaszczyzny od powierzchni warstwy, ω – częstota, t – czas.

W tym przypadku rozpatrywany obszar składa się z: próżni $z < 0$ (podobszar 0), w której rozłożone są zewnętrzne względem warstwy prądy elektryczne, warstwy $0 \leq z \leq 1$ (podobszar 1) i próżni $z > 1$ (podobszar 2).

Z analizy zależności określających pole otrzymamy, że w podobszarach j ($j=0; 1; 2$) istnieją niezerowe quasi-ustalone składowe

$$\begin{aligned} E_{*x}^{(j)}(z, t) &= \underline{E}_x(z, t)e^{i\omega t}, \\ H_{*y}^{(j)}(z, t) &= \underline{H}_y(z, t)e^{i\omega t} \quad j = \overline{0, 2} \end{aligned}$$

natężeń zespolonych $\vec{E}_*^{(j)}(z, t)$ i $\vec{H}_*^{(j)}(z, t)$ pola elektrycznego i magnetycznego. Rozważane zagadnienie możemy formułować zarówno względem $\vec{E}_{*x}$ jak i $\vec{H}_{*y}$. Wybierzemy jako funkcje rozwiązujące $E_{*x}^{(j)}(z, t)$, które będą postaci

$$E_{*x}^{(1)}(z, t) = j(t)E^{(j)}(z)e^{i\omega t}, \quad j = \overline{0, 2}.$$

Zauważmy, że dla trójwymiarowego PEM zazwyczaj za funkcję rozwiązującą wybiera się wektor natężenia tego pola (elektrycznego lub magnetycznego),

dla którego danemu rozkładowi prądów zewnętrznych odpowiada mniejsza liczba różnych od zera składowych wektora.

Przy tym za wyjściowy przyjmowany jest podstawowy układ elektrodynamiki – układ Maxwella, sformułowany względem zespolonej amplitudy natężenia pola elektrycznego. Zagadnienie sprzężone dla układu warstwa-próżnia sprowadzone jest do równoważnego zagadnienia dla warstwy przy otrzymanych uogólnionych warunków brzegowych na podstawach. Zapisano rozwiązanie tego zagadnienia oraz wyrażenia dla ciepła Joule’a i siły ponderomotorycznej.

Z analizy rozwiązań otrzymano, że uśrednione w okresie $f_* = \frac{2\pi}{\omega}$ wartości ciepła Joule’a i sił ponderomotorycznych w rozważanym przypadku są analogiczne jak przy określeniu pola przez natężenie pola magnetycznego, w których H_0^2 należy zastąpić wielkością $h^2 j_0^2$.

Mało zmieniające się w czasie składowe ciepła $Q_{(1)}(z, t)$ i siły $F_{(1)}(z, t)$ nie zależą od odległości z_0 płaszczyzny z przepływającym prądem od powierzchni warstwy. Wartości prawie okresowych składowych ciepła $Q_{(2)}(z, t)$ i siły $F_{(2)}(z, t)$ są największe na powierzchni warstwy $z=0$ i dla silnego zjawiska nas-

kórkowości występują odpowiednio w chwilach czasu $t = \frac{1}{\omega} \left[k_0 z_0 - \frac{\pi}{2} (k+1) \right]$, $k=1, 2, \dots$ i $t = \frac{1}{\omega} \left[k_0 z_0 - \frac{\pi}{2} \left(\frac{3}{4} + k \right) \right]$, a dla głębinnego PEM – dla chwili czasu $t = \frac{1}{\omega} \left[k_0 z_0 - \frac{\pi}{4} (1+2k) \right]$, $k_0^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 h^2$.

W związku z analogią między rozwiązaniami otrzymanymi przy zadanym prądzie i zadanej na powierzchni warstwy składowej stycznej pola magnetycznego, rozkłady ciepła Joule’a i sił ponderomotorycznych w rozważanym przypadku są podobne do wyżej podanych rozkładów dla składowej pola magnetycznego.

R. IVAS'KO¹, A. KOZIARSKA², R. MUSII³, R. TERLETS'KYI¹

¹ Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

² Opole University of Technology (Poland)

³ National University "Lvivs'ka Politechnika" (Ukraine)

POLA POŁĄCZONE CIEPLNE ORAZ MECHANICZNE W LINIOWO-MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO

Wyznaczone są parametry, charakteryzujące quasi-ustalone (prawie okresowe względem czasu) pole elektromagnetyczne (QUPEM) oraz pola temperaturowe i mechaniczne w liniowo-magnesującej się warstwie przewodzącej elektryczność, przy oddziaływaniu zewnętrznego QUPEM, określonego wartościami zespolonych amplitud natężeń pola elektrycznego lub magnetycznego na podstawach warstwy, a również amplitud gęstości prądów elektrycznych w zewnętrznym względem obszaru warstwy środowisku. Przy tym za wyjściowy przyjęty schemat, w którym rozwiązanie otrzymuje się w dwóch etapach. W pierwszym – z odpowiedniego podzagadnienia elektrodynamiki w quasi-ustalonym przybliżeniu wyznacza się natężenia pól elektrycznego i magnetycznego. Następnie zapisuje się wyrażenia na produkcję ciepłą (ciepło Joule'a) i siły ponderomotoryczne. W drugim etapie rozwiązuje się podzagadnienie dynamicznej termosprężystości (gdzie funkcjami rozwiązującymi są przemieszczenia i temperatura lub naprężenia i temperatura). W podzagadnieniach tych źródłami ciepła i siłami objętościowymi są odpowiednio wyznaczone w pierwszym etapie produkcja ciepła i siły ponderomotoryczne. Przy tym dla określenia parametrów QUPEM otrzymane są standardowe różniczkowe równania o stałych współczynnikach, struktura rozwiązań których względem czasu określa strukturę czynników oddziaływania pola, a również poszukiwanych temperatury oraz mechanicznych naprężeń.

Zagadnienia dotyczące wyznaczania temperatury i naprężeń w ciałach przewodzących elektryczność przy technologicznym nagrzewaniu indukcyjnym zazwyczaj w literaturze formułowane są w quasi-statycznym ujęciu w pominięciu siłami ponderomotorycznymi, siłami bezładności, powiazaniem pól odkształceń i temperatury. W tym dla określenia wyrażen powstaje temperaturowe podzagadnienie teorii sprężystości. Temperatura i naprężenia powiązywane są z wartością średnią w okresie drgań elektromagnetycznych ciepła Joule'a.

Dla QUPEM, uwzględniając strukturę parametrów które opisują PEM, otrzymamy wyrażenia dla ciepła Joule'a Q i siły ponderomotorycznej F w postaci

sumy mało zmieniających się w czasie składowych $\underline{Q}_{(1)}$ i $\underline{\vec{F}}_{(1)}$ i prawie okresowych (o pulsacji 2ω) składowych $\underline{Q}_{(2)}$ i $\underline{\vec{F}}_{(2)}$.

Zgodnie z tym temperaturę $T(\vec{r}, t)$ i naprężenia $\hat{\sigma}(\vec{r}, t)$ szukamy w postaci

$$w = w^{(1)} + w^{(2)}, \quad w = \{\underline{T}, \underline{\hat{\sigma}}\},$$

gdzie $\underline{T}^{(j)}$, $\underline{\hat{\sigma}}^{(j)}$ ($j=1,2$) spełniają równania termosprężystości dla $Q_* = \underline{Q}_{(j)}$ i

$\vec{F}_* = \underline{\vec{F}}_{(j)}$ ($j=1,2$). Składowe temperatury $\underline{T}^{(1)}$ i naprężeń $\underline{\hat{\sigma}}^{(1)}$ wyznaczamy w

ujęciu quasi-statycznym ($\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = 0$, $\vec{u}$ – wektor przemieszczeń) pomijając

związki między odkształceniami a temperaturą $\left(\operatorname{div} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0 \right)$, a składowe tempe-

ratury $\underline{T}^{(2)}$ i naprężeń $\underline{\hat{\sigma}}^{(2)}$ – w ujęciu prawie okresowym (quasi-ustalonym) przy powiązaniu pól temperatury i naprężeń.

Przy wyznaczaniu pola temperatury i naprężeń w warstwie zakładamy, że na górnej podstawie $z=0$ ona oddaje ciepło do otoczenia zgodnie z prawem Newtona (gdy temperatura otoczenia jest stała i równa początkowej T_0), a na dolnej $z=1$ jest izolacja cieplna. Podstawa $z=0$ jest nieobciążona, a przy $z=1$ przemieszczenia $u_z = 0$ (warunki mechaniczne, przy których odpowiednie wyjściowe zagadnienie dynamiczne termosprężystości jest jednowymiarowe).

Wtedy zgodnie z zauważonym wyżej temperaturę i naprężenia w warstwie poszukiwane są w postaci sumy odpowiednich quasi-statycznych i quasi-ustalonych składowych. W tym dla quasi-ustalonych składowych występuje formułowanie dynamiczne przy uwzględnieniu powiązania pól temperatury i naprężeń. Rozwiązania odpowiednich podzagadnień otrzymywane są z wykorzystaniem przekształceń całkowych oraz zasad bezpośredniego całkowania.

B. BOZHENKO¹, O. HACHKEVYCH^{1,2}, N. IVAS'KO³, R. IVAS'KO²

¹ Opole University of Technology (Poland)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

³ Ivan Franko National University of Lviv (Ukraine)

PRAWIDŁOWOŚCI ROZKŁADÓW PARAMETRÓW OPISUJĄCYCH POLA POŁĄCZONE ORAZ ZJAWISKA REZONANSOWE W LINIOWO-MAGNESUJĄCEJ SIĘ WARSTWIE PRZEWODZĄCEJ ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO

Wykonano numeryczną analizę wybranych parametrów określających natężenia i indukcji pola elektrycznego i magnetycznego oraz produkcję ciepłą, siły ponderomotoryczne i pola połączone (temperaturowe i mechaniczne: przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia) z uwzględnieniem spowodowanej quasi-ustalonym charakterem oddziaływania elektromagnetycznego ich struktury względem czasu w liniowo-magnesującej się warstwie przewodzącej elektryczność przy opisie ilościowym jej stanu termomechanicznego. Wielkości te dla ustalonych (okresowych) i quasi-ustalonych (prawie okresowych względem czasu) pól elektromagnetycznych występują w postaci sumy dwóch składowych: mało zmieniających się względem czasu i quasi-ustalonych (prawie okresowych o częstości 2ω).

Oddziaływające quasi-ustalone pole elektromagnetyczne (QUPEM) określone jest wartością zespolonej amplitudy natężenia pola elektrycznego na podstawach warstwy lub pola magnetycznego, a również zespolonymi amplitudami wektora gęstości prądu w środowiskach zewnętrznych do obszaru warstwy.

Analiza oparta jest na znanym modelu opisu ilościowego pól połączonych w liniowo-magnesujących się oraz polaryzujących się ciałach przewodzących elektryczność przy oddziaływaniu ustalonego lub quasi-ustalonego PEM, skonkretyzowanym dla rozważanej warstwy. Ustalono szereg prawidłowości powiązanych z istniejącymi fizycznymi charakterystykami liniowo-magnesującego się materiału przewodzącego elektryczność oraz amplitudowo-częstotliwościowymi parametrami PEM.

Na podstawie badań ilościowych otrzymano, że dla przewodnika doskonałego quasi-statyczne siłowe naprężenia są porównywalne z naprężeniami temperaturowymi w warstwie magnetycznej, dla której względna przenikalność magnetyczna $\mu_* > 30$, co jest zgodne z danymi dla ciał ferromagnetycznych.

Dla niemagnesujących się (zarówno doskonałych jak i niedoskonałych) przewodników elektrycznych siłowe quasi-statyczne naprężenia są pomijalnie małe w porównaniu z naprężeniami temperaturowymi. Dla magnetycznych materia-

łów mających względną pszenikalność magnetyczną $\mu_* > 100$, quasi-statyczne temperaturowe naprężenia mogą być pomijalne w porównaniu z siłowymi.

Ogólne badania ilościowe pól temperaturowych i naprężeń przeprowadzono dla warstwy wykonanej ze stali nierdzewnej (X18H9T) o następujących charakterystykach:

$$\sigma = 0,135 \cdot 10^7 \text{ S/m}, \mu = \mu_0, \lambda = 0,167 \cdot 10^2 \text{ W/mK},$$

$$a = 0,422 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}, \alpha_t = 0,17 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}, E = 0,192 \cdot 10^{12} \text{ Nm}^{-2}, \nu = 0,283.$$

Przy wyznaczaniu pola temperatury i naprężeń w warstwie zakładamy, że na górnej podstawie $z=0$ ona oddaje ciepło do otoczenia zgodnie z prawem Newtona (gdy temperatura otoczenia jest stała i równa początkowej T_0), a na dolnej $z=1$ jest izolacja cieplna. Podstawa $z=0$ jest nieobciążona, a przy $z=1$ przemieszczenia $u_z = 0$ (warunki mechaniczne, przy których odpowiednie wyjściowe zagadnienie dynamiczne termosprężystości jest jednowymiarowe).

Oszacowanie temperatury i naprężeń, spowodowanych ciepłem Q_* , siłą ponderomotoryczną $\vec{F}_*$ i ich wartościami uśrednionymi $Q_{(1)} \equiv Q$ i $F_{(1)} \equiv F$ wykazało, że dla wszystkich częstości ω za wyjątkiem otoczeń częstości

$$\omega_n = \frac{\pi(1+2n)c_1}{2h(2-\varepsilon_{*1})}, n=0, 1, 2, \dots$$

rozwiązania praktycznie pokrywają się niezależnie od liczb Biota. W otoczeniach częstości $\omega = \omega_n$ wartości składowych temperatury $T^{(2)}$ i naprężeń $\hat{\sigma}^{(2)}$ odpowiadające quasi-ustalonym (prawie okresowym o częstości 2ω) składowym ciepła Joule'a $Q_{(2)}$ i sił ponderomotorycznych $F_{(2)}$ silnie wzrastają, czyli zachodzą zjawiska rezonansowe. Jeżeli pominąć współczynnik sprzężenia pól odkształceń a temperatury ε_{*1} ($\varepsilon_{*1} = 0,0172$ dla stali nierdzewnej (X18H9T)) jako mały w porównaniu z jednością to otrzymamy

$$\omega_n = \frac{\pi(1+2n)c_1}{4h} \equiv \frac{1}{2}\omega_n^*,$$

gdzie ω_n^* – częstości własne drgań rozważanej warstwy, c_1 – prędkość podłożnej fali sprężystej, h – grubość warstwy.

Analiza ilościowa rozwiązań pokazała, że w zakresie częstości rezonansowych, składowe naprężenia $\sigma_{xx}^{(2)}$ i temperatury $T^{(2)}$ są większe od naprężeń $\sigma_{xx}^{(1)}$ i temperatury $T^{(1)}$, odpowiadających uśrednionemu w okresie $f_* = \frac{2\pi}{\omega}$ ciepła Joule'a. Przy tym składowe $T^{(2)}$ i $\hat{\sigma}^{(2)}$ praktycznie nie zależą od liczby Biota. Przy kolejnych częstościach rezonansowych, wartości amplitud $T^{(2)}$ i $\hat{\sigma}^{(2)}$ zmniejszają się.

Wpływ quasi-ustalonej składowej ciepła Joule’a na temperatury i naprężenia jest dla głębokości wnikania fali do środowiska $\delta_* \ll 1$ pomijalnie mały w porównaniu z wpływem siły ponderomotorycznej.

Dla magnetycznych materiałów składowe temperatury i naprężeń, spowodowane siłą ponderomotoryczną zwiększają się μ_{*1}^2 razy w porównaniu z analogicznymi wielkościami dla warstwy z materiału równoważnego niemagnetycznego (μ_{*1} – względna przenikalność magnetyczna).

Dla magnetycznego materiału wartości quasi-ustalonych składowych naprężeń i temperatury spowodowane siłą ponderomotoryczną mogą być tego samego rzędu co wartości spowodowane przez ciepło Joule’a. Przy zwiększeniu δ_* wpływ siły maleje. W ten sposób, przy $\delta_* \gg 1$ w otoczeniach częstości rezonansowych decydującym jest działanie ciepła Joule’a.

Na tej podstawie wnioskujemy, że w zakresie częstości stosowanych w praktyce indukcyjnej obróbki termicznej niemagnetycznych ciał przewodzących, wpływ składowej $F_{(1)}$ sił ponderomotorycznych na naprężenia $\sigma_{xx}^{(1)}$ jest pomijalny. Dla ciał magnetycznych, przy $\mu_{*1} > 30$ składowe $\hat{\sigma}_{,F}^{(1)}$ mogą być rzędu $\hat{\sigma}_{,Q}^{(1)}$ i powinny być uwzględniane przy określaniu naprężeń mechanicznych.

K. GHAZARYAN¹, O. HACHKEVYCH^{2,3}, R. IVAS'KO³, A. KOZIARSKA²

¹ Institute of Mechanics NAS (Armenia)

² Opole University of Technology (Poland)

³ Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

SCHEMAT PRZYBLIŻONEGO OKREŚLENIA PÓŁ POŁĄCZONYCH W LINIOWO-MAGNESUJĄCYCH SIĘ CIAŁACH PRZEWODZĄCYCH ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO

Przeprowadzona analiza stanu termosprężystego liniowo-magnesującej się warstwy przewodzącej pokazała, że poziomy pól temperaturowych i naprężeń silnie wzrastają, jeżeli częstość zewnętrznego pola elektromagnetycznego (PEM) zbliża się do pewnych (rezonansowych) wartości. Ten wzrost spowodowany jest quasi-ustalonymi składowymi sił ponderomotorycznych i ciepła Joule'a, jeżeli ich częstość zbliża się do którejś z częstości własnej drgań termosprężystych ciała. Oznacza to, że ważnym etapem przy wyznaczaniu parametrów opisujących stan termosprężysty ciał w quasi-ustalonym (ustalonym) PEM jest określenie tych częstości pola i odpowiadających im parametrów zastępczej głębokości wnikania w ciało fali elektromagnetycznej, przy których istnieją zjawiska rezonansowe. Zaznaczono, że częstości rezonansowe dla ciał – przewodników doskonałych z dostateczną dokładnością można znaleźć na podstawie rozwiązania odpowiedniego zagadnienia brzegowego o częstościach własnych ω_n^* drgań rozważanego ciała. Jeżeli częstości ω_n^* są wyznaczone, to częstości rezonansowe PEM wyrażają się wzorem

$$\omega_n = \frac{1}{2} \omega_n^*, \quad n = 1, 2, \dots,$$

a odpowiedni parametr δ_* zastępczej głębokości wnikania PEM w ciało – wzorem

$$\delta_{*n} = 2\gamma_{*n}^{-1} = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega_n^*h^2}},$$

gdzie μ – bezwzględna przenikalność magnetyczna, σ – współczynnik przewodnictwa elektrycznego, h – grubość.

W ten sposób wykonane na podstawie zaproponowanej metody ilościowe badania temperatury i składowych naprężeń pokazały, że przy przybliżonym rozwiązaniu zagadnienia dla wszystkich częstości PEM z wyłączeniem otoczeń rezonansowych, dokładny rozkład temperatury i naprężeń mechanicznych można

otrzymać wychodząc z uśrednionego w czasie ciepła Joule'a Q . Pomija się przy tym wpływ sił ponderomotorycznych F oraz sprzężenia pól odkształceń i temperatury, tzn. przyjmuje się schemat obliczeniowy stosowany zazwyczaj przy rozwiązywaniu zagadnień nagrzewania indukcyjnego.

Każda z rezonansowych częstości PEM równa jest połowie odpowiedniej częstości własnej zagadnienia termosprężystego. Praktycznie (z błędem mniejszym niż 1%) częstości rezonansowe dla ciał – przewodników doskonałych pokrywają się z połową odpowiedniej częstości drgań ciała i mogą być wyznaczone na podstawie rozwiązania zagadnienia brzegowego o częstościach własnych drgań.

Wyniki powyższych rozważań pozwalają na przyjęcie następującego przybliżonego schematu obliczeniowego:

1. z zależności elektrodynamiki wyznacza się parametry opisujące PEM oraz rozkład ciepła Joule'a i sił ponderomotorycznych w obszarze ciała;
2. określa się częstości rezonansowe PEM na podstawie rozwiązania odpowiedniego zagadnienia brzegowego o częstościach własnych drgań rozważanego ciała. Przyjmując, że otoczenia $\Delta\omega_n$ częstości rezonansowych ($\Delta\omega$ – wielkości odchylenia częstości ω od pierwszej częstości rezonansowej ω_1 ($\Delta\omega = |\omega - \omega_1|$)) przy których maksymalne wartości naprężeń $\sigma_{xx}^{(2)}$ różnią się nie mniej niż o 10% od największej wartości naprężeń quasi-statycznych w ustalonym przebiegu temperaturowym i zależą od grubości warstwy i liczby Biota) spełniają warunek $\Delta\omega_n \leq 0,01\omega_n$ ($\Delta\omega_n \leq 0,01\mu_*^2\omega_n$ – dla materiału magnetycznego), określa się rozmieszczenia na osi częstości PEM względem otoczeń rezonansowych i wyznacza się parametr zastępczej głębokości wnikania PEM w ciało. Przy tym, jeżeli $\omega \notin \{\omega_n \pm \Delta\omega_n\}$ dla niemagnetycznego materiału określa się $Q_{(1)} \equiv Q_J \equiv Q$, a dla magnetycznego przy $\mu_* > 30$ również $\vec{F}_{(1)} \equiv \vec{F}$. Jeżeli $\omega \in \{\omega_n \pm \Delta\omega_n\}$, to zapisuje się wyrażenia na $Q_{(2)}$ i $\vec{F}_{(2)}$ dla $\delta_* \geq 1$ lub $\vec{F}_{(2)}$ dla $\delta_* < 1$.
3. wyznacza się parametry opisujące pola temperaturowe i mechaniczne. Przy tym, jeżeli dana częstość PEM *nie należy do określonego otoczenia częstości rezonansowych* ($\omega \notin \{\omega_n \pm \Delta\omega_n\}$) i ciało jest niemagnetyczne, to *stan termosprężysty* wyznacza się w ujęciu quasi-statycznym, pomijając quasi-ustalone składowe ciepła Joule'a, siły ponderomotoryczne i związek między polami temperatury i odkształceń, tzn. wykorzystuje się podejście stosowane zazwyczaj przy rozwiązywaniu zagadnień o nagrzewaniu indukcyjnym. Dla magnetycznych materiałów, przy $\mu_* > 30$ uwzględniamy również składowe $\vec{F}_{(1)}$ siły ponderomotorycznej. Jeżeli częstość ω jest bliska częstości rezonansowej ($\omega \in \{\omega_n \pm \Delta\omega_n\}$), to parametry określające pole temperatury i

pola mechaniczne wyznacza się z dynamicznych równań termosprężystości w ujęciu quasi-ustalonym, wychodząc z prawie okresowych składowych ciepła Joule’a i sił ponderomotorycznych przy uwzględnieniu związku między polami temperatury i odkształceń. Przy $\delta_ \ll 1$ pomija się wpływ prawie okresowych składowych ciepła Joule’a, a przy $\delta_* \gg 1$ dla niemagnetycznych materiałów – wpływ okresowych składowych sił ponderomotorycznych.*

Uzyskane wyniki wskazują też na możliwość otrzymania ilościowych oszacowań parametrów procesów elektromagnetycznych, cieplnych i mechanicznych w ciałach przewodzących w otoczeniu częstości PEM, przy których możliwe są intensywne mechaniczne drgania ciał. Wyniki pozwalają też na określenie częstości własnych drgań ciał przy ustalonych eksperymentalnie rezonansowych częstościach ustalonego lub quasi-ustalonego PEM w rozważanych przypadkach.

Z. SZYLICKA, M. WIATR, K. WOJTECZEK-LASZCZAK

Opole University of Technology (Poland)

STUDENCI KIERUNKU BUDOWNICTWO – ANALIZA LICZEBNOŚCI NA ŚLĄSKU

Przeprowadzono analizę liczebności oraz struktury studentów kierunku Budownictwo na publicznych uczelniach z województw: dolnośląskiego, opolskiego i śląskiego w latach 2019–2024. Dokonano również porównania liczby studentów Budownictwa na Śląsku z liczbą studentów w całym kraju. Dane pozyskano z systemu RAD-on.

II. MODELOWANIE I OPTYMALIZACJA W PROCESACH WYTWÓRCZYCH

**MODELLING AND OPTIMIZATION IN
MANUFACTURING PROCESSES**



O. HACHKEVYCH^{1,2}, A. KOZIARSKA²,
R. TERLETS'KYI¹, A. TORS'KYI¹

¹ Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

² Opole University of Technology (Poland)

**MODELE MATEMATYCZNE I ZAGADNIENIA BRZEGOWE
OKREŚLAJĄCE POLA POŁĄCZONE W KAWALKAMI-
JEDNORODNYCH CIAŁACH PRZEWODZĄCYCH
ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-
USTALONEGO PROMIENIOWANIA
ELEKTROMAGNETYCZNEGO**

Podany wariant opisu ilościowego pól połączonych: elektromagnetycznych, cieplnych oraz mechanicznych (przemieszczeń, odkształceń i naprężeń) w ciałach stałych kawałkami jednorodnych, których części składowe mają różne elektromagnetyczne, radiacyjne, cieplne i mechaniczne charakterystyki materiałowe. Na ciało oddziałują zewnętrzne quasi-ustalone promieniowania elektromagnetyczne, które mogą należeć zarówno do zakresu radiowego jak i zakresu podczerwieni. Powiązania między występującymi polami uwzględniają się przez produkcję ciepłą, czynniki ponderomotoryczne (siły i momenty elektryczne i magnetyczne oddziałujące na ciała) oraz termosprężyste rozproszenia energii.

W zależności od elektrycznych i magnetycznych własności składowych części rozpatrywane są znane (względem elektrotechnicznej klasyfikacji) typy materiałów: nieferromagnetyczne niedielektryczne, w tym polaryzujące się i magnesujące się liniowo, ferromagnetyczne niedielektryczne i nieferromagnetyczne dielektryczne (o małej przewodności elektrycznej), a dla podczerwieni – przezroczyste, częściowo-przezroczyste i nieprzezroczyste dla promieniowania.

Zbudowano schematy obliczeniowe na określenie parametrów rozważanych pól o różnej naturze fizycznej posiadające dwa etapy. W pierwszym etapie formułowane są zależności elektrodynamiczne opisujące parametry pola elektromagnetycznego i wyrażenia dla produkcji ciepłej i sił ponderomotorycznych. W drugim etapie otrzymuje się zależności opisujące pola temperaturowe i mechaniczne. Przy formułowaniu wyjściowych podzagadnień fizyki matematycznej dla określenia pola promieniowania elektromagnetycznego (PPEM) w zakresie radiowym wykorzystowuje się teorię elektrodynamiczną (w tym podstawowymi są równania Maxwella), a dla podczerwieni – teorię fenomenologiczną opartą na prawach Plancka i Bouger'a.

Rozpatruje się podatne na polaryzację i magnesowanie ciało jednorodne, izotropowe, przewodzące, wypełniające obszar $\Omega \subset E^3$ ograniczony powierzchnią zamkniętą S , w którym nie ma obcych ładunków elektrycznych i prądów. Ciało

to jest poddane działaniu PPEM które w radiowym zakresie określone jest przez natężenie pola elektrycznego lub magnetycznego lub gęstość prądów rozłożonych w środowiskach zewnętrznych do obszaru warstwy. W zakresie podczerwieni promieniowanie jest określone przez parametry źródła takiego promieniowania (w tym parametry nagrzanego ciała, jeżeli ono występuje źródłem promieniowania).

Przy rozpatrywaniu układu stykających się przewodników elektrycznych równania Maxwella lub fenomenologiczne zależności dla podczerwieni zapisuje się dla każdego z obszarów oddzielnie, a warunki brzegowe uzupełnia się warunkami sprzężenia PPEM na powierzchniach styku środowisk. Warunki te w zakresie radiowym wyrażają ciągłość stycznych składowych natężeń pól elektrycznego i magnetycznego w obszarze styku, a dla podczerwieni – odpowiednie warunki na intensywności promieniowania.

Warto zaznaczyć, że zależności Maxwella są spełnione przy zmianach temperatury ciała i dowolnymi związkami między indukcjami i natężeniami pól elektrycznego i magnetycznego. Związki między natężeniami, indukcjami i gęstościami prądu, a także zależności charakterystyk materiałowych od temperatury ujmuje się odpowiednimi dla rozpatrywanego materiału równaniami konstytutywnymi, które uzupełniają wyjściowe zależności.

W drugim etapie stosowanego modelu matematycznego zapisuje się zależności dynamicznej termosprężystości, w których ciągle rozłożonymi źródłami ciepła jest istniejąca produkcja cieplna, a siłami objętościowymi – siły ponderomotoryczne.

Na podstawie znanych metod analitycznych i numerycznych (iteracji, rozwinięć widmowych, MES i in.) oraz uwzględnienia osobliwości rozważanych pól fizycznych i właściwości materiałów w rozpatrywanych zakresach częstotliwościowych opracowano metody rozwiązywania występujących odpowiednich liniowych i nieliniowych zagadnień fizyki matematycznej.

O. HACHKEVYCH^{1,2}, L. HAYEVS'KA¹,
A. RAWSKA-SKOTNICZNY², M. ROSTUN¹

¹ Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

² Opole University of Technology (Poland)

**MODEL MATEMATYCZNY OPISUJĄCY WŁASNOŚCI
ELEKTRYCZNE I MAGNETYCZNE GEOMETRYCZNIE I FIZYCZNIE
CIENKOŚCIENNYCH POWŁÓK PRZEWODZĄCYCH
ELEKTRYCZNOŚĆ PRZY ODDZIAŁYWANIU QUASI-USTALONEGO
POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO**

W procesie sprowadzenia trójwymiarowego zagadnienia teorii sprężystości do dwuwymiarowego dla cienkich powłók zamiast tensora naprężeń rozważane są zcałkowane (uśrednione) względem grubości powłoki wielkości: natężenia i momenty. Dla ich wyznaczania otrzymuje się równania różniczkowe na powierzchni środkowej, które mają pewny rząd.

Analogami natężeń i momentów w teorii przewodnictwa cieplnego są wielkości T_1 i T_2 . Te wielkości są odpowiednio uśrednionymi względem grubości temperaturą oraz temperaturowym momentem, dla wyznaczania których w zależności od warunków wymiary ciepła z otoczeniem otrzymują równania o wysokich rzędach. W wyniku dokładne wyznaczanie pola temperatur w cienkiej powłoce jest w matematycznym ujęciu zagadnieniem dość złożonym. Jednakże dla dużej ilości praktycznych rozważań dostatecznym jest określenie wielkości T_1 i T_2 na podstawie przybliżonej teorii przewodnictwa cieplnego, która odpowiadała by przybliżonej teorii sprężystości powłók. W związku z tym podobnie do założenia o elemencie normalnym w teorii sprężystości powłók w teorii przewodnictwa przyjmują założenie o liniowym lub opisywanym wielomianem trzeciego stopnia rozkładzie temperatury względem grubości ścianki. W wyniku otrzymują układ wyjściowych równań drugiego rzędu względem całkowitych charakterystyk T_1 i T_2 .

Podobnie do omówionego wyżej, przy otrzymaniu równań określających parametry quasi-ustalonego pola elektromagnetycznego (QUPEM) w cienkościennej fizycznie ($\delta \geq h$, gdzie δ – parametr zastępczej głębokości wnikania PEM w ciało) powłokach i tarczach wykorzystuje się aproksymację wielomianem trzeciego stopnia wektorowych parametrów opisujących te pole – amplitud zespolonych odpowiednich natężeń pól elektrycznego lub magnetycznego. Jako wyjściowe przyjmuje się znane zagadnienie brzegowe dla zamkniętej powłoki cienkościennej geometrycznie, sformułowane względem składowych $E_j(\alpha_1, \alpha_2, \gamma, t)$, $j=1; 2$; γ zespolonej amplitudy natężenia pola elektrycznego

(lub względem składowych $\underline{H}_j(\alpha_1, \alpha_2, \gamma, t)$, $j = 1; 2$; γ zespolonej amplitudy natężenia pola magnetycznego), kiedy QUPEM określone jest przez zadane wartości stycznych składowych amplitudy natężenia pola elektrycznego (lub pola magnetycznego) na powierzchniach $S^\pm$ powłoki.

Opracowany został model matematyczny opisujący własności elektryczne i magnetyczne geometrycznie i fizycznie cienkościennych powłok przewodzących elektryczność przy oddziaływaniu szeroko stosowanego w praktyce inżynierskiej QUPEM. Model ten jest oparty na aproksymacji parametrów opisujących QUPEM wielomianem trzeciego stopnia względem normalnej współrzędnej γ przy zastępczej głębokości wnikania odpowiednich prądów indukcyjnych w powłokę porównalnej (lub większej) z grubością h powłoki. Jako wyjściowe przyjęte zostało upewniane poprzednio zagadnienie brzegowe dla zamkniętej powłoki cienkościennej geometrycznie, sformułowane względem składowych zespolonej amplitudy natężenia pola elektrycznego (kiedy QUPEM określone jest przez wiadome wartości stycznych składowych amplitudy na powierzchniach (podstawach) $S^\pm$ powłoki). Te trójwymiarowe zagadnienie brzegowe opisujące składowe amplitudy natężenia pola elektrycznego w powłoce spowodowane zostało do dwuwymiarowego względem uśrednionych charakterystyk oraz momentów rozważanych składowych na powierzchni podstawowej (środkowej) powłoki.

Zaproponowana metoda pozwala na powiązanie dopuszczalnych względem standardów bezpieczeństwa pracy wartości parametrów elektrycznych i magnetycznych w środowisku pracy z ich koniecznymi wartościami w powłoce oraz oceny na tej podstawie czynników oddziaływania PEM, powodujących powstanie w powłoce pól cieplnych i mechanicznych.

S. BUDZ¹, O. HACHKEVYCH^{1,2},
B. TRISHCH³, T. WOŁCZAŃSKI⁴

¹ Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

² Opole University of Technology (Poland)

³ Ivan Franko National University of Lviv (Ukraine)

⁴ Zespół Szkolno-Przedszkolny w Głuszynie (Poland)

WYBRANE PROBLEMY OPTIMALIZACJI WZGLĘDEM STANU NAPRĘŻEŃ PRZEBIEGÓW TECHNOLOGICZNEGO NAGRZEWANIA W PODCZERWIENI UKŁADÓW POSIADAJĄCYCH CZĘŚCIOWO- PRZEZROCZyste DLA PROMIENIOWANIA ELEMENTY

Obecnie coraz większa uwaga w przemyśle przydzielana jest procesom technologicznym opartym na oddziaływaniu promieniowania elektromagnetycznego w podczerwieni w szczególności cieplnego (promieniowania nagrzanego ciała). Często przy takim oddziaływaniu pracują funkcjonalne oraz konstrukcyjne elementy mechanizmów i urządzeń. Rząd takich elementów wyprodukowany jest z częściowo-przezroczystych dla promieniowania materiałów, co wnosi pewną specyfikę w aspekty, które rozwiązują się przy opracowaniu odpowiednich technologii lub sposobów nagrzewania.

Nagrzewanie oraz powstające siłowe obciążenie, które są czynnikami oddziaływania promieniowania, mogą występować czynnikami technologicznymi, co powoduje powstanie w obecnych elementach temperaturowych oraz mechanicznych (przemieszczeń, deformacji i naprężeń) pól, pewne poziomy, których konieczne są dla celowego powstania oczekiwanych procesów technologicznych lub zabiegów funkcjonalnych.

Ich parametry zależą od wartości i charakteru rozkładu temperatury i obciążenia siłowego jak i właściwości materiału. Parametry te mogą osiągać znacznych wartości przewyższających dopuszczalne poziomy, powodując powstanie szczelin i zniszczenie istniejących elementów. W odrębnych przypadkach pola te mogą być niepożądane w rozważanych zastosowaniach. W ten sposób *aktualnym i praktycznie ważnym* jest problem optymalizacji względem stanu naprężeń przebiegów promieniowego technologicznego nagrzewania częściowo-przezroczystych i nieprzezroczystych ciał w szczególności kawałkami jednorodnych, z uwzględnieniem specyfiki oddziaływania promieniowania elektromagnetycznego na obecny materiał, warunków kontaktu (sprężenia) pól, termoczułości, termowytężalności składowych części i in. przy zadanych obszarach dopuszczalnej zmiany temperatury i naprężeń. Przy tym problem optymalizacji powiązany jest z dwoma czynnikami: wyborem modelu ciała oraz kryteria optymalności które powinny doprowadzać do zmniejszenia matematycznej złożoności stoso-

wanego modelu matematycznego przy dostatecznej adekwatności fizyki procesów.

Tak jak większość procesów technologicznych trwa przy warunkach intensywnego obciążenia cieplnego, które odbywa się w szerokim przedziale temperatur, konieczne jest uwzględnienie temperaturowej zależności fizyczno-mechanicznych charakterystyk materiału. Wiadomo, że częściowo-przezroczyste materiały głównie należą do materiałów kruchych, zależność między deformacją i naprężeniami których praktycznie do zniszczenia odbywa się względem prawa Hook'a. Wartości współczynników liniowej rozszerzalności cieplnej rozważanych materiałów (ceramicznych, w tym szkieł technicznych stosowanych w wytwarzaniu) ze zwiększeniem temperatury zmienia się istotnie, a współczynniki wyrównania temperatur, moduły Younga, współczynniki Poissona w przedziałach rozważanych temperatur ($0^{\circ}\text{C} \div 460^{\circ}\text{C}$) zmieniają się praktycznie nieistotnie i ich można przyjąć jako stałe. Dla tego przy opisie sprężysto-odkształcalnego stanu rozważanych kawałkami jednorodnych częściowo-przezroczystych ciał logicznie za wyjściowe przyjąć zależności niepowiązanego zagadnienia quasi-statycznej termosprężystości przy istniejącej zależności od temperatury współczynnika rozszerzalności cieplnej, które często wykorzystywane są przy wyznaczaniu termomechanicznego zachowania szklanych elementów, spowodowanego niestacjonarnym termosilowym obciążeniem. Taki opis może być przyjęty i przy rozważaniu niskotemperaturowego nagrzewania nieprzezroczystych ciał.

W formułowaniu zagadnień optymalizacji sprężysto-odkształcalnego stanu ważny jest wybór kryterium optymalności. Dla jednorodnych powłók zwykle wybiera się odpowiedni funkcjonal, który w całkowym rozumowaniu odzorowuje cel optymalizacji. W szczególności, stosowany przy opracowaniu optymalnych przebiegów technologicznego nagrzewania jednorodnych powłók funkcjonal energii deformacji sprężystej powiązują z termowyttrzymałością wyrobów szklanych na etapach nagrzewania-chłodzenia. Kawałkami jednorodne ciała, w tym powłoki, mają tę osobliwość, że naprężenia termiczne, które powstają przy ich termoobróbkę, mogą istotnie zależeć nie tylko od charakteru rozkładu temperatury, a również od niejednorodności właściwości materiału. Przy tym zwykle maksymalne normalne naprężenia (wartość których zgodnie z pierwszą teorią wytrzymałości decyduje o zniszczeniu szkła) powstają w przykontaktowym (lokalnym) obszarze sprężenia różnorodnych części kawałkami jednorodnego ciała. Dla tego w rozważanym przypadku optymalizacji sprężysto-odkształcalnego stanu kawałkami jednorodnych częściowo-przezroczystych ciał docelowo skorzystać z lokalnego kryterium optymalności, co charakteryzuje miarę stanu sprężystego. Jako taki kryterium optymalności warto wybierać funkcjonal maksymalnych normalnych naprężeń, a jego minimum jest warunkiem optymalizacji.

Przy takim podejściu wyjściowe złożone nieliniowe zagadnienie optymalizacji może być istotnie uproszczone za rachunek przyjmowanej umowy o charakterze rozkładu temperatury względem grubości, co stosowane jest przy rozważaniu tarcz i powłók. W tych zagadnieniach przyjmowana jest umowa o rozkładzie temperatury względem grubości każdego składowego powłokowego elementa

opisywanym wielomianem trzeciego stopnia. Taka aproksymacja dosyć dokładnie opisuje charakter zmiany temperatury za grubościową współrzędną. Przy tym zagadnienie optymalizacji pozostaje nieliniowym i może być rozwiązane tylko z wykorzystaniem numerycznych podejść teorii optymalizacji. W istniejących zagadnieniach dla powłók za metodę otrzymania ich rozwiązań wybrano metodę lokalnych wariacji (poetapowej parametrycznej optymalizacji). Dla realizacji etapu poszukiwania warunkowego minimum wspomnianego wyżej funkcjonału wykorzystuje się metody bezpośredniego poszukiwania przy wiadomym rozwiązaniu odpowiedniego zagadnienia prostego.

A. KOZIARSKA¹, R. KUSHNIR², B. PROTSIUK², Yu. PROTSIUK²

¹ Opole University of Technology (Poland)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

THERMAL STATE OF MULTILAYER PLATES WITH HEAT SOURCES UNDER CONVECTIVE–RADIATIVE HEAT EXCHANGE

Layering is a characteristic feature of many structural elements of modern engineering, which depending on their purpose may experience various thermal loads. To predict the thermomechanical behavior of such elements, it is necessary to study temperature fields based on mathematical models that adequately represent real operating conditions. Special attention should be given to studies of structural elements composed of dozens or even more layers, with consideration of thermal radiation. This is relevant for composite multilayer materials, cascade thermoconverters, and others. Moreover, solutions for multilayer bodies can be used to solve heat-conduction problems with piecewise-continuous thermophysical properties by approximating them with piecewise-constant functions.

This work considers a n – layered plate subjected to heat sources of constant intensity concentrated at the interfaces between layers. The layers, initially at zero temperature, are assumed to be in perfect thermal contact, may have different thicknesses, and their thermophysical properties correspond to averaged values of temperature-dependent characteristics. Cylindrical surfaces are thermally insulated, and convective–radiative heat exchange occurs through the flat boundary surfaces, with the temperatures of the surrounding media depending exponentially on time.

One-dimensional steady-state and transient problems are formulated. In doing so, the corresponding heat-conduction equations with piecewise-constant thermophysical properties and a generalized derivative with respect to the coordinate, as well as nonlinear boundary conditions, are used.

The determination of the steady-state temperature field includes [3]:

- formulating an auxiliary steady-state linear heat-conduction problem for the n – layered plate with given heat sources, where the thermal flux q_0 and temperature t_c are prescribed on the surfaces of the first and the last layers respectively;
- representing its solution using the Green's function of the corresponding heat-conduction problem;

- substituting this representation into the boundary conditions of the original steady-state heat-conduction problem to form a system of equations for determining q_0 and t_c ;
- reducing this system to a nonlinear algebraic equation with respect to t_c and obtaining its solution.

Determining the transient temperature field involves an integral representation of the solution using the corresponding Green's function [1, 2], which satisfies the conditions of perfect thermal contact and homogeneous convective heat-exchange conditions; the use of linear splines and exact sums of slowly converging eigenfunction series; and deriving integral relations for the temperatures of the boundary surfaces based on recurrent linear relations [2].

Temperature fields were studied for a plate composed of alternating layers made of ceramic ZrO_2 and the Ti-6Al-4V alloy. Calculations were performed for different numbers of layers (from 10 to 160), while keeping the total thickness of the plate unchanged.

LITERATURE

- [1] KUSHNIR R., PROTSIUK B.: Determination of the thermal fields and stresses in multilayer solids by means of the constructed Green functions // In: Encyclopedia of Thermal Stresses / Ed. R. B. Hetnarski. – Dordrecht etc.: Springer, 2014. – Vol. 2. – P. 924–931. – https://doi.org/10.1007/978-94-007-2739-7_608.
- [2] KUSHNIR R. M., PROTSIUK B. V., PROTSIUK Yu. B.: Determination of the nonstationary temperature field of a multilayer plate under nonlinear boundary conditions // Math. meth. and phys.-mech. fields. – 2024. – 67, №1-2. – C. 78–88.
- [3] PROTSIUK B. V.: Determination of static thermoelastic state of layered thermosensitive plate, cylinder and sphere // J. Math. Sci. –2023. – 274, No. 5. – P. 678–707. – <https://doi.org/10.1007/s10958-023-06630-8>.

B. BOZHENKO¹, H. SULYM², K. VASIL'EV²

¹ Opole University of Technology (Poland)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

INDIRECT BOUNDARY ELEMENT METHOD IN MODELING AN ANISOTROPIC BODY WITH A TUNNEL CRACK UNDER LONGITUDINAL SHEAR

The Boundary Element Method is a powerful practical tool for solving elasticity problems for bodies with complex geometry. In particular, the analysis of anisotropic materials is crucial for the design and evaluation of modern engineering materials, such as composites, which are widely used in aerospace, civil, and mechanical engineering applications.

This study examines the elastic equilibrium of an anisotropic body with a straight tunnel crack subjected to longitudinal shear. On the boundary of the region, first-kind boundary conditions are specified.

The problem is solved using the indirect Boundary Element Method, based on the application of the jump functions method of the crack theory, along with a modified Galerkin approach. The boundary of the body is discretized into a finite number of straight-line elements in anisotropic space, along which distributions of concentrated forces (jump functions of stresses) with unknown intensity are placed. The crack is modeled using jump functions [1, 2] of displacement derivatives along its axis (essentially – a distribution of dislocations).

The intensity distribution functions are represented as series of Chebyshev polynomials. For each element of the boundary discretization, we satisfy the boundary stress values at the collocation points and additionally write the integral balance (Galerkin) equation for the applied external load. It is also necessary to use additional equations of uniqueness of displacements when traversing around the boundary of the body. In a similar manner, for both crack surfaces, we satisfy the boundary stress values at the collocation points and use additional equations of equilibrium of the crack and uniqueness of displacements when traversing around its boundary. As a result, we obtain a system of linear algebraic equations, the solution of which gives the distributions of force and dislocation intensities, and hence the stress state of the body.

As a case study, the well-known longitudinal shear problem of a solid with a square cross-section and a central tunnel crack is solved. The convergence of the proposed modification of the indirect Boundary Element Method is analyzed, and the effect of material anisotropy on the stress intensity factor of the crack is

investigated. The obtained results are in good agreement (with an error of no more than 1%) with known from literature. Proposed modification of the BEM offers a solution that enhances its accuracy and efficiency.

LITERATURE

- [1] PASTERNAK Ia. M., VASIL'EV K. V., SULYM H. T.: Antiplane deformation by concentrated factors of bounded bodies with cracks and rigid inclusions // J. Math. Sci. – 2013. – 190, No. 5. – P. 710–724. – <https://doi.org/10.1007/s10958-013-1282-0>.
- [2] VASIL'EV K. V., SULYM H. T.: Method of direct cutting-out in modeling orthotropic solids with thin elastic inclusions under longitudinal shear // J. Math. Sci. – 2023. – 273, No. 1, – pp. 61–78. <https://doi.org/10.1007/s10958-023-06484-0>.

H. HARMATII^{1,2}, A. STANIK-BESLER³

¹ Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

² National University “Lviv’ska Politechnika” (Ukraine)

³ Opole University of Technology (Poland)

UNSTEADY THERMAL STATE OF A THERMO-SENSITIVE HOLLOW CYLINDER WITH A THIN FUNCTIONALLY GRADED COATING UNDER CONVECTIVE–RADIATIVE HEAT TRANSFER

Thermal processes that arise in structural elements made of functionally graded materials (FGM) under the action of a high-temperature external environment affect their reliability and durability. Therefore, it is important to determine the combined influence on the thermal state of FGM structural elements of both the dependence of thermophysical characteristics of the nonhomogeneous material on temperature and coordinates, and thermal loads.

A methodology is proposed for determining the unsteady thermal state of a long hollow isotropic cylinder with a thin FGM coating, taking into account the temperature dependence of the thermal conductivity coefficient and volumetric heat capacity of the materials. Convective–radiative heat transfer with an exponentially time-varying ambient temperature on the outer surface of the cylinder is considered, whereas the temperature of the inner surface is a function of time.

The nonlinear nonstationary boundary-value problem of heat conduction is solved numerically using the method of lines. For the finite-difference approximation of the boundary-value problem with respect to the spatial variable, the integro-interpolation method [1] is applied, and A-stable backward differentiation formulas are used for numerical integration of the resulting Cauchy problem for the system of ordinary differential equations.

The temperature field distribution of the cylinder is obtained as a function of the radial coordinate at selected moments of time using the simple mixture homogenization model [2] for thermophysical properties of the two-component coating material. The obtained results for temperature-dependent thermal conductivity and volumetric heat capacity of the selected materials are analyzed and compared with the solutions obtained under the assumption of constant property values.

LITERATURE

- [1] SAMARSKII A.A.: (2001). Theory of Difference Schemes, Marcel Dekker, Inc., New York.

- [2] REDDY J.N.: Thermomechanical Behavior of Functionally Graded Materials. Final Report for AFOSR Grant F49620-95-1-0342. CML Report 98-01, 1998, 87p.

A. KOZIARSKA¹, O. VOVK²

¹ Opole University of Technology (Poland)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

NON-STATIONARY THERMAL STATE OF A THREE-COMPONENT THERMOSENSITIVE STRUCTURE WITH HEAT RELEASE AT CONTACT BOUNDARIES

Determining the temperature fields of thermally sensitive structural elements is an important area of thermomechanics as the first stage of the study of their quasi-static thermally stressed states. Such problems have their application in many branches of industry and technology, where there is a need to determine the reliability and durability of structural elements. Taking into account the thermal sensitivity of materials, complex heat transfer, contact conditions, and other factors leads to the development of complex mathematical models based on nonlinear heat conduction problems. Numerical or analytical-numerical approaches are used to solve such problems, the choice of which depends on the problems that need to be solved and the preferences of the researcher. The use of one of these approaches is proposed in this study. The essence of the approach is to linearize the original problem by introducing the Kirchhoff variable, and then to apply the methods of linearizing parameters and successive approximations to the resulting problem. Thus, the problem is reduced to an iterative process, at each step of which a linear heat conduction problem is solved with the data refined in the previous step. The Laplace integral transform was used to solve the linear problem, the weakness of which is the possible mathematical difficulties in finding the originals of functions in analytical form. This problem is solved using the numerical inversion of the Laplace transform. Scientists have developed a large number of different methods for numerically inverting the Laplace transform for different types of problems, each of which has its own advantages and disadvantages. Here, the Prudnikov formula adapted to this class of problems is proposed for use in finding the originals of the Laplace transform [1].

The described analytical-numerical approach was tested on a number of nonlinear heat conduction problems for thermosensitive bodies of simple geometric shapes [2] and for two ideally contacting bodies under complex heat exchange [3]. In this study, this approach is extended to a three-component thermosensitive structure consisting of two half-spaces and an intermediate layer.

The proposed algorithm for calculating non-stationary temperature fields of a three-component thermosensitive structure consists of the following steps:

1. Reduction of the original problem to a dimensionless form.
2. Linearization of the problem by introducing the Kirchhoff variable, and then applying the methods of linearizing parameters and successive approximations.
3. Application of the Laplace integral transform in time.
4. Inversion of the Laplace transform using the adapted Prudnikov formula.
5. Temperature calculation.
6. Determination of unknown linearizing parameters from the conditions of temperature equality at the contact boundaries

Note that the complexity of the problem compared to previous studies is due to the increase in the number of linearizing parameters, namely the need to determine two linearizing parameters, which leads to the solution of a nonlinear system of algebraic equations, rather than one, as was the case before. For this purpose, Newton's method was used. As a result, the study obtained formulas for calculating the spatiotemporal temperature distributions in each part of the structure. The temperature distributions of components made of titanium alloy and zirconium oxide under constant and time-dependent heat releases of different powers were investigated.

As stated above, a non-stationary thermal conductivity problem for a three-component thermosensitive structure consisting of two half-spaces and an intermediate layer with heat release at the contact boundaries of the components is solved. The solution is obtained using an analytical-numerical approach based on the application of a variant of the method of successive approximations, linearizing parameters, the integral Laplace transform and its numerical inversion using the Prudnikov formula adapted to thermal conductivity problems. The thermal state of such a thermosensitive piecewise-homogeneous structure is investigated.

LITERATURE

- [1] KUSHNIR R., SOLYAR T.: A numerical-analytical approach to the analysis of non-stationary temperature fields in multiply-connected solids // *Mech., Mater. Sci. & Eng. J.* – 2016. – **3**. – P. 90–106. – Doi 10.13140/RG.2.1.1167.0165
- [2] KUSHNIR R.M., POPOVYCH V.S., VOVK O.M.: The thermoelastic state of a thermosensitive sphere and space with a spherical cavity subject to complex heat exchange // *J. Eng. Math.* – 2008. – 61, No 2-4. – P. 357–369.
- [3] VOVK O.M.: Thermal State of Two Contacting Thermosensitive Layers Under Complex Heat Exchange // *Journal of Mathematical Sciences*, 2025. Vol. 287, No. 2, P. 334–345. DOI: 10.1007/s10958-025-07594-7.

A. DMYTRUK¹, B. DROBENKO², L. HOSHKO¹, U. ZHYDYK¹

¹ National University “Lviv’ska Politechnika” (Ukraine)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

MODELING AND ANALYSIS OF THE TEMPERATURE FIELD IN A TWO-LAYER CYLINDRICAL METAL–CERAMIC SHELL

Thin-walled shells made of nonhomogeneous composite materials are widely used as structural elements in modern engineering. Among the applied nonhomogeneous materials are, in particular, functionally graded materials, which possess continuous structural nonuniformity, and laminated composites. In current technologies, multilayered structural elements are used for protection from aggressive environments, thermal insulation, and intensification of heat transfer through multilayer thermal screens, among other purposes.

For a thin-walled cylindrical shell made of an isotropic material with a nonhomogeneous structure, a nonstationary heat conduction problem is formulated. An approximate system of two-dimensional equations for the integral temperature characteristics and the corresponding boundary conditions for a finite-length shell has been derived. To construct the general solution of the formulated problem, a finite double Fourier integral transform with respect to spatial variables and the Laplace transform with respect to time are employed. The general solution for the integral temperature characteristics is represented as double functional series. Based on the obtained general solution, the temperature field of a two-layer metal–ceramic shell, whose outer surface is uniformly heated over a rectangular region through convective heat exchange following Newton’s law, has been determined. A numerical analysis was carried out for a metal–ceramic shell whose inner layer is made of tungsten and outer layer of ceramic. The influence of geometric and thermophysical parameters on the magnitude of the temperature field at the outer shell surface has been investigated.

I. CHUPYK¹, Kh. DROHOMYRETSKA²,
N. MELNYK², R. MUSII², I. PYRIH²

¹ Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

² National University “Lvivs’ka Politechnika” (Ukraine)

**ELECTRICALLY CONDUCTING ROD SUBJECTED TO A NON-
STEADY ELECTROMAGNETIC FIELD. CALCULATION SCHEME OF
PARAMETERS DEFINING THE FIELD AND JOULE HEAT CAUSED
BY IT**

A physical and mathematical model has been formulated to determine the axial component of the magnetic field intensity vector and the specific density of Joule heat in a non-ferromagnetic electrically conductive rod during its induction heat treatment by a non-steady electromagnetic field. An initial-boundary value problem of electrodynamics has been formulated for the rod under consideration. The axial component of the magnetic field intensity vector has been chosen as the determining function. A cubic approximation along the radial coordinate is used to construct the solution of the initial-boundary value problem. As a result, the initial-boundary value problem is reduced to a Cauchy problem with respect to the time variable for the integral characteristics of the determining function with respect to the radial variable. Using the integral Laplace transform, expressions for the integral characteristics and the axial component of the magnetic field intensity vector under non-stationary electromagnetic action are got. Based on the general solution, expressions for the determining function and Joule heat in a copper rod during induction heating by a non-stationary electromagnetic field were obtained. A numerical analysis of the change in time and distribution along the rod radius of Joule heat as a function of the duration of the unsteady electromagnetic field and the magnitude of the magnetic field intensity has been performed.

O. KHAPKO¹, M. KLAPCHUK¹, A. METELSKI², R. MUSII¹, I. SVIDRAK¹

¹ National University “Lvivs’ka Politechnika” (Ukraine)

² Opole University of Technology (Poland)

TEMPERATURE REGIMES OF ELECTRICALLY CONDUCTIVE PLATE AT INDUCTION HEATING

An electroconductive plate with a rectangular cross-section subjected to induction heat treatment by a quasi-steady electromagnetic field is considered. As a result, non-stationary volumetrically distributed Joule heat sources arise in the plate. These sources create a non-stationary two-dimensional distribution of the temperature field across the cross section of the plate. The base and side edges of the plate are subject to convective heat exchange with the external environment. A physical and mathematical model is proposed for finding the determining functions – the component of the magnetic field intensity vector tangent to the base of the plate and temperature distribution. To obtain these functions, sequentially related non-stationary two-dimensional initial-boundary problems of electrodynamics and heat conduction are formulated. General solutions to these problems are found using the approximation of the distribution of determining functions along the thickness coordinate of the plate by cubic polynomials. The coefficients of the approximation polynomials are given by a linear combination of the integrals of the characteristics of the determining functions over the thickness coordinate and the given conditions for their boundary values at the bases and side edges of the plate. As a result, the initial two-dimensional boundary value problems for determining functions are reduced to one-dimensional boundary value problems for their integral characteristics. The solutions to the problems for the integral characteristics of the determining functions are found using the Laplace integral transform in time and the finite integral transform in the transverse coordinate of the plate. These solutions are obtained in the form of convolution functions corresponding to homogeneous solutions of initial-boundary value problems for integral characteristics of determining functions and functions describing existing non-stationary Joule heat sources and surface values of determining functions.

Based on the general solutions, the temperature regimes of a copper plate during its induction heating by a homogeneous quasi-steady electromagnetic field were numerically analyzed. Two characteristic modes of near-surface and continuous induction heating of the plate were considered. The results of calculations of temperature distributions depending on the parameters of induction heating and heat transfer conditions are presented in the form of two-dimensional and three-dimensional graphs.

A. KUNYNETS¹, M. MAKHORKIN^{1,2}, R. MUSII¹,
V. SHYNDER¹, N. TYMOSHENKO¹

¹ National University “Lvivs’ka Politechnika” (Ukraine)

² Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
NASU (Ukraine)

A HOLLOW ELECTRICALLY CONDUCTIVE CYLINDER WITH AN INTERNAL THIN COATING UNDER INDUCTION HEATING. A NON- STEADY ELECTROMAGNETIC FIELD AND JOULE HEAT

In modern technological processes, the treatment of electrically conductive structural elements using non-stationary electromagnetic fields (EMF) is widely used. In most cases, these EMFs have a stable and quasi-stable nature of change over time. During processing, various types of unstable EMFs are also used. Electromagnetic fields in the pulsed modulating signal (PMS) mode are used for short-term technological heat treatment. In this case, it is an important engineering problem to investigate the thermal processes in tubular electrically conductive elements caused by unstable EMF. Such elements are used in power and radio engineering devices for various purposes.

A physical and mathematical model is proposed for determining and analysing the patterns of Joule heat behavior in a non-ferromagnetic hollow electrically conductive cylinder with an internal thin coating under non-stationary electromagnetic influence. An initial-boundary value problem of electrodynamics is formulated to find the determining function – the axial component of the magnetic field intensity vector. The solution to this problem is based on the approximation of the distributions of the determining function in the constituent layers of the cylinder (base and coating) by radial variable quadratic polynomials. As a result, finding the determinant function is reduced to determining its integral characteristics for the radial variable from the corresponding Cauchy problem for the time variable. The solution to the Cauchy problem is obtained using the Laplace transform for time. The expression of the axial component of the magnetic field stress vector and Joule heat in the base and coating is recorded. Based on the general solution of the initial problem, its solution for induction heating of the considered cylinder by a non-stable electromagnetic field is obtained. For the base and coating, which are made of stainless steel and copper, the change in the axial component of the magnetic field intensity vector and Joule heat over time and their distribution across the thickness of the base and thin coating of the cylinder depending on the duration of the unstable electromagnetic action and its amplitude-frequency characteristics were numerically analysed.