


НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача

ЗАТВЕРДЖУЮ
Директор ІППММ
ім. Я. С. Підстригача
НАН України 
«20» 11 2016 р.

ПРОГРАМА ВСТУПНОГО ІСПИТУ ДО АСПІРАНТУРИ
зі спеціальності
«113 ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА»

Програму схвалено та затверджено на засіданні
Вченої ради Інституту прикладних проблем
механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України,
Протокол № 10 від 08.11. 2016 р.

Львів 2016 р.

1. Елементи лінійної алгебри та теорії множин

- 1.1. Поняття числа. Дедекіндові перерізи. Дійсні та комплексні числа. Скінченні множини. Відображення множин. Еквівалентності множин. Порівняння потужностей. Теорема про потужності підмножин. Зчисленні множини.
- 1.2. Вектори, матриці та дії над ними. Теорема про ранг матриці. Теорема Кронеккера-Капеллі.
- 1.3. Визначники, їх властивості та застосування.
- 1.4. Системи лінійних алгебричних рівнянь та методи їх розв'язання. Метод Гауса та його модифікації. Метод Крамера. Фундаментальна система розв'язків системи лінійних рівнянь.
- 1.5. Розклад матриці коефіцієнтів системи лінійних рівнянь на множники. Метод квадратичного кореня. Уточнення розв'язків. Ітераційні методи, їх збіжність. Метод Зейделя.
- 1.6. Лінійні оператори в скінченновимірному просторі та їх матричне подання. Характеристичний многочлен. Власні числа і власні вектори лінійного оператора.
- 1.7. Спряжені та самоспряжені оператори. Квадратичні форми, зведення до канонічного вигляду.
- 1.8. Жорданова форма матриці.

2. Числові та функціональні ряди

- 2.1. Поняття числових та функціональних рядів. Ознаки збіжності.
- 2.2. Степеневі ряди та умови їх збіжності. Ряди Фур'є.
- 2.3. Рівномірна збіжність функціональних рядів.
- 2.4. Теорема Вейерштрасса про апроксимацію.

3. Диференціальне та інтегральне числення

- 3.1. Функції однієї та багатьох змінних. Неперервні функції, їх основні властивості. Диференціал. Формула Тейлора та її застосування.
- 3.2. Дослідження функцій багатьох змінних на екстремум і умовний екстремум. Теорема про неявну функцію
- 3.3. Скінченні та розділені різниці функцій. Чисельне диференціювання.
- 3.4. Первісна функції і визначений інтеграл. Геометричне і механічне тлумачення інтегралів.
- 3.5. Теорема існування, заміна змінних і обчислення кратних інтегралів. Поверхневі інтеграли. Формули Гріна, Гауса-Остроградського, Стокса. Умова незалежності інтегрування криволінійного інтегралу від шляху інтегрування.
- 3.6. Невласні інтеграли. Інтеграли з особливими точками. Ознаки збіжності. Диференціювання і інтегрування за параметром.
- 3.7. Чисельне інтегрування. Загальна інтерполяційна квадратура. Похибка. Квадратурні формули з рівновіддаленими вузлами. Найпростіші квадратурні формули Ньютона-Котеса (трапецій, парабол, «трих восьмих»). Квадратурні формули Гауса вищого ступеня точності, їх похибка.
- 3.8. Обчислення кратних інтегралів методом Монте-Карло. Метод Ромберга. Формули Файлона числового інтегрування осцилюючих функцій.

4. Варіаційне числення. Мінімізації функцій.

- 4.1. Поняття функціонала. Основна формула варіації функціоналу. Друга варіація.
- 4.2. Прямі методи варіаційного числення. Метод Рітца, метод ламаних.
- 4.3. Достатні умови слабкого екстремуму, достатні умови сильного екстремуму.
- 4.4. Методи мінімізації функцій багатьох змінних: метод найшвидшого спуску, метод спряжених градієнтів, метод одновимірної оптимізації.
- 4.5. Методи оптимізації диференційованих та недиференційованих функцій. Відшукування сідлових точок.
- 4.6. Задача лінійного програмування та симплекс-метод.

5. Теорія функцій комплексної змінної

- 5.1. Елементарні функції комплексної змінної. Умова аналітичності. Похідна. Умови диференційованості Коші-Рімана.

- 5.2. Криволінійні інтеграли в комплексній площині. Комформні відображення.
- 5.3. Основна формула інтегрального числення. Формули Коші.
- 5.4. Єдиність аналітичних функцій. Розвинення аналітичних функцій в ряди. Ряд тейлора-Лорана.
- 5.5. Розвинення мероморфних функцій в ряди Міттаг-Леффера.
- 5.6. Класифікація особливих точок. Лишки та їх застосування. Аналітичне продовження. Ріманова поверхня.

6. Елементи функціонального аналізу

- 6.1. Метричні та топологічні простори. Повні метричні простори, принцип стискаючих відображень.
- 6.2. Лінійні функціонали і лінійні оператори. Спряжені простори, їх властивості.
- 6.3. Поняття лінійного нормованого і гільбертового просторів, приклади і основні властивості. Компактність. Опуклі множини і опуклі функціонали.
- 6.4. Теорема Хана-Банаха.
- 6.5. Міра. Вимірні функції. Інтеграл Лебега. Евклідові простори.
- 6.6. Елементи диференціального числення в лінійних просторах. Сильний диференціал Фреше, слабкий диференціал Гато.
- 6.7. Ортонормовані системи векторів у гільбертовому просторі. Розклад векторів за ортонормованим базисом. Рівність Парсеваля.
- 6.8. Ортогональні поліноми. Поліноми Якобі, Ерміта, Лагерра.
- 6.9. Тригонометричні ряди. Перетворення Фур'є. Умови поточної збіжності. Екстремальні задачі. Метод Ньютона.

7. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь у частинних похідних

- 7.1. Класифікація звичайних диференціальних рівнянь та методи їх розв'язання. Метод Ейлера. Методи Рунге-Кутта. Стійкість числових розв'язків. Екстраполяційні та інтерполяційні методи Адамса. Різницеві методи.
- 7.2. Основні типи рівнянь математичної фізики. Класифікація диференціальних рівнянь другого порядку. Типові задачі математичної фізики. Задача Коші.
- 7.3. Рівняння еліптичного типу та крайові задачі для них (електростатика, теплопровідність, кручення стержнів). Крайові умови Діріхле, Неймана та змішаного типу. Коректно поставлені крайові задачі.
- 7.4. Рівняння параболічного типу та крайові задачі для них (теплопровідність, дифузія). Коректність. Поняття обернених задач. Принцип максимуму.
- 7.5. Рівняння гіперболічного типу та крайові задачі для них (акустика, коливання струни). Відокремлення змінних. Метод Фур'є.
- 7.6. Спеціальні функції, їх властивості.

8. Варіаційні методи.

- 8.1. Варіаційна постановка початково-крайової задач. Енергетичне рівняння. Єдиність розв'язку.
- 8.2. Варіаційні методи розв'язування крайових задач математичної фізики з неоднорідними крайовими умовами.
- 8.3. Побудови функціоналів для несамопряжених задач. Функціонали для звичайних диференціальних рівнянь з однорідними крайовими умовами.
- 8.4. Методи Рітца, Бубнова-Гальоркіна. Напівдискретизація Гальоркіна. Методи розв'язування напівдискретизованих задач, їх стійкість та збіжність.
- 8.5. Метод скінчених елементів

9. Лінійні та нелінійні інтегральні рівняння

- 9.1. Основні типи інтегральних рівнянь. Лінійні рівняння. Рівняння Вольтерри 1-го та 2-го роду. Зв'язок з диференціальними рівняннями. Резольвента.
- 9.2. Інтегральні рівняння Фредгольма 1-го та 2-го роду. Коректність. Регуляризація. Задача на власні значення рівняння Фредгольма 2-го роду.

- 9.3. Сингулярні інтегральні рівняння та методи їх розв'язування.
- 9.4. Метод заміни інтеграла скінченною сумою. Заміна на вироджене ядро. Виділення особливості в ядрі. Метод послідовних наближень.

10. Елементи теорії похибок та наближення функцій

- 10.1. Абсолютні і відносні похибки. Залежність похибок від типів числових даних в ЕОМ. Поширення та зворотній аналіз похибок. Обчислювальний експеримент та числова симуляція.
- 10.2. Постановка задачі інтерполювання. Інтерполяційні формули Лагранжа, Ньютона і Гауса. Системи Чебишова.
- 10.3. Середньо-квадратична апроксимація (метод найменших квадратів). Побудова інтерполяційних поліномів. Найкраще рівномірне наближення. Існування і єдиність.
- 10.4. Скінченні різниці і різниці співвідношення. Метод Рамеза знаходження рівномірних наближень. Сплайн-інтерполяція.

11. Механіка деформованого твердого тіла. Термомеханіка

- 11.1. Принцип можливих переміщень. Рівняння Лагранжа. Рівняння рівноваги точки і системи в узагальнених координатах. Умови рівноваги в потенціальному полі. Теорема про зміну кількості руху системи. Теорема про рух центра мас системи. Теорема про зміну моменту кількості руху системи. Теорема про зміну кінетичної енергії.
- 11.2. Загальне рівняння динаміки. Рівняння Лагранжа другого порядку. Випадок консервативних сил. Інтеграл енергії. Теорема Лежен-Діріхле про стійкість рівноваги.
- 11.3. Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі. Рівняння руху. Визначення сил реакції. Вільна вісь обертання. Фізичний маятник. Центр коливань. Нелінійні коливання. Рівняння Ван дер Поля.
- 11.4. Рух твердого тіла навколо нерухомої точки. Кути Ейлера. Кінематичні динамічні рівняння Ейлера.
- 11.5. Канонічне рівняння Гамільтона. Метод Якобі-Гамільтона. Інтеграл енергії. Варіаційний принцип Остроградського-Гамільтона.
- 11.6. Деформований стан. Пружність. Суцільне середовище. Вектор переміщення. Тензор деформації. Геометричний зміст компонент тензора деформації. Поверхня деформації. Головні деформації. Інваріанти тензора деформації. Девіатор тензора деформації. Умови нерозривності.
- 11.7. Напружений стан. Зовнішні впливи. Внутрішні сили. Тензор напружень. Перетворення компонент тензора напружень. Головні нормальні напруження. Інваріанти напруженого стану. Поверхня напружень. Екстремальні значення дотичних напружень. Розклад тензора напружень на кульовий тензор і девіатор.
- 11.8. Термодинамічні основи термпружності. Основні поняття і закони термодинаміки. Вільна енергія. Термодинамічний потенціал Гіббса. Рівняння стану для пружного тіла. Питома потенціальна енергія деформації лінійно-пружного тіла. Закон збереження енергії для деформованого тіла. Баланс ентропії. Закон теплопровідності Фур'є.
- 11.9. Постановка задач теорії пружності. Рівняння теорії пружності в переміщеннях. Рівняння Бельтрамі і постановка задач теорії пружності в напруженнях. Граничні умови. Принцип Сен-Венана.
- 11.10. Просторові задачі. Подання розв'язку у формі Папковича-Нейбера. Подання розв'язку у формі Гальоркіна. Функція Лява і функція Буссінеска. Потенціал пружних переміщень. Пружний півпростір. Перша і друга крайові задачі.
- 11.11. Двовимірні задачі теорії пружності. Плоский напружений стан. Плоский деформований стан. Функція Ері в декартових та полярних координатах. Застосування функції комплексної змінної до розв'язання плоскої задачі. Конформне відображення. Розв'язок задачі для однозв'язних і багатозв'язних областей.
- 11.12. Принцип віртуальних робіт. Теорема про мінімум потенціальної енергії. Принцип мінімуму додаткової роботи. Єдиність розв'язку крайових задач теорії пружності. Теорема взаємності

робіт. Наближені методи розв'язування задач теорії пружності, що базуються на варіаційних принципах. Методи Рітца і Бубнова-Гальоркіна.

- 11.13. Диференціальні рівняння руху пружного тіла, граничні і початкові умови. Два типи хвиль в нескінченному середовищі. Сферичні і циліндричні хвилі. Поверхневі хвилі Релея. Хвилі Лява.
- 11.14. Основні рівняння термопружності. Постановка задач термопружності в напруженнях. Плоска задача термопружності. Температурні поля, що не зумовлюють температурних напружень. Застосування функцій комплексної змінної до розв'язування плоских задач термопружності.
- 11.15. Теорія пластичності. Ідеальні пружно-пластичні та жорстко-пластичні тіла. Зміцнення. Умови пластичності Треска і Мізеса. Основні визначальні співвідношення теорії пластичності. Деформаційна теорія пластичності. Просте навантаження. Рівняння теорії пластичного течіння. Зв'язок між різними теоріями пластичності.
- 11.16. Кручення циліндричних брусів. Гідродинамічна аналогія задачі про кручення. Аналогія з мембраною. Кручення бруса еліптичного перерізу.

Рекомендована література

1. *Амензаде Ю. А.* Теория упругости. – Москва: Высшая школа, 1976. – 272 с.
2. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы. – Москва: Бинум, 2008. – 636 с.
3. *Божидарник В. В., Сулим Г. Т.* Елементи теорії пластичності та міцності – Львів: Світ, 1999. Т. 1. – 532 с.
4. *Божидарник В. В., Сулим Г. Т.* Елементи теорії пружності. – Львів: Світ, 1994. – 559 с.
5. *Бухгольц Н. Н.* Основной курс теоретической механики. Часть 1. Кинематика, статика, динамика материальной точки – Москва: Наука, 1965. – 468 с.
6. *Бухгольц Н. Н.* Основной курс теоретической механики. Часть 2. Динамика системы материальных точек – Москва: Наука, 1966. – 332 с.
7. *Верлань А. Ф., Сизиков В. С.* Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы – Киев: Наукова думка, 1986. – 543 с.
8. *Годунов С. К.* Уравнения математической физики. – Москва: Наука, 1971 – 392 с.
9. *Гончаренко В. М.* Основы теории уравнений с частными производными. – Киев: "Вища школа", 1985 – 310 с.
10. *Де Гроот С. Р.* Термодинамика необратимых процессов – Москва: Гос. изд. технико-теоретической литературы, 1956. – 281 с.
11. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Часть 1. Упруго-пластические деформации – Москва; Ленинград: ОГИЗ, 1948. – 376 с.
12. *Коваленко А. Д.* Основы термоупругости. – Киев: Наукова думка, 1970. – 308 с.
13. *Колмогоров А. Н., Фомин С. В.* Элементы теории функций и функционального анализа – М.: Физматлит, 2004. – 572 с
14. *Кольский Г.* Волны напряжений в твердых телах. – Москва: Иностранная литература, 1955. – 194 с.
15. *Краснов М. Л.* Интегральные уравнения. Введение в теорию. – Москва: Наука, 1975. – 302 с.
16. *Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И.* Вычислительные методы высшей математики. Том I. – Минск: "Вышэйш. школа", 1972 - 584 с.
17. *Ладыженская О. А.* Краевые задачи математической физики – Москва: Наука, 1973. – 407 с.
18. *Лурье А. И.* Теория упругости – Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1970. – 940 с.
19. *Малинин Н. Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести – Москва: «Машиностроение», 1975. – 400 с.
20. *Марчук Г. И.* Методы вычислительной математики – Москва: Наука. 1989. – 608 с.
21. *Моисеев Н. Н.; Иванюков Ю. П.; Столярова Е. М.* Методы оптимизации – Москва: Наука. 1978. 352 с.

22. *Мухелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – Москва: Наука, 1965. – 708 с.
23. *Новацкий В.* Теория упругости. – Москва: Мир, 1975. – 256 с.
24. *Новожилов В.В.* Теория упругости. – Ленинград: Судпромгиз, 1958. – 374 с.
25. *Партон В.З., Перлин П.И.* Интегральные уравнения теории упругости. – Москва: Наука, 1977. – 312 с.
26. *Понтрягин Л. С.* Дифференциальные уравнения и их приложения. – Едиториал УРСС, 2011. – 208 с.
27. *Привалов И. И.* Введений в теорию функций комплексного переменного. – Москва: Наука, 1984. – 432 с.
28. *Савин Г. Н., Кильчевский Н. А., Пулята Т.В.* Курс теоретической механики. – Киев: Гостехлит, 1957. – 560 с.
29. *Седов Л. И.* Введение в механику сплошных сред – Москва: ГИФМЛ, 1962. – 283с.
30. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Том 1 – Москва: Наука, 1970. – 492 с.
31. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Том 2 – Москва: Наука, 1970. – 568 с.
32. *Степанов В. В.* Курс дифференциальных уравнений. – Москва: Гос. издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 473 с.
33. *Тихонов А.Н. Самарский А.А.* Уравнения математической физики – Москва: Наука, 1977. – 735 с.
34. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач – Москва: Наука, 1979. – 285 с.