

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача

«ЗАТВЕРДЖУЮ»



Директор ІППММ ім. Я.С. Підстригача
НАН України, академік НАН України

Роман КУШНІР

« »

2024 р.

ПРОГРАМА ВСТУПНОГО ІСПИТУ ДО АСПРАНТУРИ

за спеціальністю

«113 ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА»

Програму схвалено та затверджено на засіданні
Вченої ради Інституту прикладних проблем
механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України,
Протокол № 9 від 29 серпня 2024 р.

Львів – 2024

1. Елементи лінійної алгебри та теорії множин

- 1.1. Поняття числа. Дедекіндові перерізи. Дійсні та комплексні числа. Скінченні множини. Відображення множин. Еквівалентності множин. Порівняння потужностей. Теорема про потужності підмножин. Зчисленні множини.
- 1.2. Вектори, матриці та дії над ними. Теорема про ранг матриці. Теорема Кронеккера-Капеллі.
- 1.3. Визначники, їх властивості та застосування.
- 1.4. Системи лінійних алгебричних рівнянь та методи їх розв'язання. Метод Гауса та його модифікації. Метод Крамера. Фундаментальна система розв'язків системи лінійних рівнянь.
- 1.5. Розклад матриці коефіцієнтів системи лінійних рівнянь на множники. Метод квадратичного кореня. Уточнення розв'язків. Ітераційні методи, їх збіжність. Метод Зейделя.
- 1.6. Лінійні оператори в скінченновимірному просторі та їх матричне подання. Характеристичний многочлен. Власні числа і власні вектори лінійного оператора.
- 1.7. Спряжені та самоспряжені оператори. Квадратичні форми, зведення до канонічного вигляду.
- 1.8. Жорданова форма матриці.

2. Числові та функціональні ряди

- 2.1. Поняття числових та функціональних рядів. Ознаки збіжності.
- 2.2. Степеневі ряди та умови їх збіжності. Ряди Фур'є.
- 2.3. Рівномірна збіжність функціональних рядів.
- 2.4. Теореми Вейерштраса про апроксимацію.

3. Диференціальне та інтегральне числення

- 3.1. Функції однієї та багатьох змінних. Неперервні функції, їх основні властивості. Диференціал. Формула Тейлора та її застосування.
- 3.2. Дослідження функцій багатьох змінних на екстремум і умовний екстремум. Теорема про неявну функцію
- 3.3. Скінченні та розділені різниці функцій. Чисельне диференціювання.
- 3.4. Первісна функції і визначений інтеграл. Геометричне і механічне тлумачення інтегралів.
- 3.5. Теореми існування, заміна змінних і обчислення кратних інтегралів. Поверхневі інтеграли. Формули Гріна, Гауса-Остроградського, Стокса. Умова незалежності інтегрування криволінійного інтегралу від шляху інтегрування.
- 3.6. Невласні інтеграли. Інтеграли з особливими точками. Ознаки збіжності. Диференціювання і інтегрування за параметром.
- 3.7. Чисельне інтегрування. Загальна інтерполяційна квадратура. Похибка. Квадратурні формули з рівновіддаленими вузлами. Найпростіші квадратурні формули Ньютона-Котеса (трапецій, парабол, «трьох восьмих»). Квадратурні формули Гауса вищого ступеня точності, їх похибка.
- 3.8. Обчислення кратних інтегралів методом Монте-Карло. Метод Ромберга. Формули Файлона числового інтегрування осцилюючих функцій.

4. Варіаційне числення. Мінімізації функцій

- 4.1. Поняття функціонала. Основна формула варіації функціоналу. Друга варіація.
- 4.2. Прямі методи варіаційного числення. Метод Рітца, метод ламаних.
- 4.3. Достатні умови слабкого екстремуму, достатні умови сильного екстремуму.
- 4.4. Методи мінімізації функцій багатьох змінних: метод найшвидшого спуску, метод спряжених градієнтів, метод одновимірної оптимізації.
- 4.5. Методи оптимізації диференційованих та недиференційованих функцій. Відшукування сідлових точок.
- 4.6. Задача лінійного програмування та симплекс-метод.

5. Теорія функцій комплексної змінної

- 5.1. Елементарні функції комплексної змінної. Умова аналітичності. Похідна. Умови диференційованості Коші-Рімана.
- 5.2. Криволінійні інтеграли в комплексній площині. Конформні відображення.
- 5.3. Основна формула інтегрального числення. Формули Коші.
- 5.4. Єдиність аналітичних функцій. Розвинення аналітичних функцій в ряди. Ряд Тейлора-Лорана.
- 5.5. Розвинення мероморфних функцій в ряди Міттаг-Леффера.
- 5.6. Класифікація особливих точок. Лишки та їх застосування. Аналітичне продовження. Ріманова поверхня.

6. Елементи функціонального аналізу

- 6.1. Метричні та топологічні простори. Повні метричні простори, принцип стискаючих відображень.
- 6.2. Лінійні функціонали і лінійні оператори. Спряжені простори, їх властивості.
- 6.3. Поняття лінійного нормованого і гільбертового просторів, приклади і основні властивості. Компактність. Опуклі множини і опуклі функціонали.
- 6.4. Теорема Хана-Банаха.
- 6.5. Міра. Вимірні функції. Інтеграл Лебега. Евклідові простори.
- 6.6. Елементи диференціального числення в лінійних просторах. Сильний диференціал Фреше, слабкий диференціал Гато.
- 6.7. Ортонормовані системи векторів у гільбертовому просторі. Розклад векторів за ортонормованим базисом. Рівність Парсеваля.
- 6.8. Ортогональні поліноми. Поліноми Якобі, Ерміта, Лагерра.
- 6.9. Тригонометричні ряди. Перетворення Фур'є. Умови поточної збіжності. Екстремальні задачі. Метод Ньютона.

7. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь у частинних похідних

- 7.1. Класифікація звичайних диференціальних рівнянь та методи їх розв'язання. Метод Ейлера. Методи Рунге-Кутта. Стійкість числових розв'язків. Екстраполяційні та інтерполяційні методи Адамса. Різницьові методи.
- 7.2. Основні типи рівнянь математичної фізики. Класифікація диференціальних рівнянь другого порядку. Типові задачі математичної фізики. Задача Коші.
- 7.3. Рівняння еліптичного типу та крайові задачі для них (електростатика, теплопровідність, кручення стержнів). Крайові умови Діріхле, Неймана та змішаного типу. Коректно поставлені крайові задачі.
- 7.4. Рівняння параболічного типу та крайові задачі для них (теплопровідність, дифузія). Коректність. Поняття обернених задач. Принцип максимуму.
- 7.5. Рівняння гіперболічного типу та крайові задачі для них (акустика, коливання струни). Відокремлення змінних. Метод Фур'є.
- 7.6. Спеціальні функції, їх властивості.

8. Варіаційні методи

- 8.1. Варіаційна постановка початково-крайової задач. Енергетичне рівняння. Єдиність розв'язку.
- 8.2. Варіаційні методи розв'язування крайових задач математичної фізики з неоднорідними крайовими умовами.
- 8.3. Побудови функціоналів для несамоспряжених задач. Функціонали для звичайних диференціальних рівнянь з однорідними крайовими умовами.
- 8.4. Методи Рітца, Бубнова-Гальоркіна. Напівдискретизація Гальоркіна. Методи розв'язування напівдискретизованих задач, їх стійкість та збіжність.
- 8.5. Метод скінчених елементів

9. Лінійні та нелінійні інтегральні рівняння

- 9.1. Основні типи інтегральних рівнянь. Лінійні рівняння. Рівняння Вольтерри 1-го та 2-го роду. Зв'язок з диференціальними рівняннями. Резольвента.
- 9.2. Інтегральні рівняння Фредгольма 1-го та 2-го роду. Коректність. Регуляризація. Задача на власні значення рівняння Фредгольма 2-го роду.
- 9.3. Сингулярні інтегральні рівняння та методи їх розв'язування.
- 9.4. Метод заміни інтеграла скінченною сумою. Заміна на вироджене ядро. Виділення особливості в ядрі. Метод послідовних наближень.

10. Елементи теорії похибок та наближення функцій

- 10.1. Абсолютні і відносні похибки. Залежність похибок від типів числових даних в ЕОМ. Поширення та зворотній аналіз похибок. Обчислювальний експеримент та числова симуляція.
- 10.2. Постановка задачі інтерполювання. Інтерполяційні формули Лагранжа, Ньютона і Гауса. Системи Чебишова.
- 10.3. Середньо-квадратична апроксимація (метод найменших квадратів). Побудова інтерполяційних поліномів. Найкраще рівномірне наближення. Існування і єдиність.
- 10.4. Скінченні різниці і різницеві співвідношення. Метод Рамеза знаходження рівномірних наближень. Сплайн-інтерполяція.

11. Механіка деформівного твердого тіла. Термомеханіка

- 11.1. Принцип можливих переміщень. Рівняння Лагранжа. Рівняння рівноваги точки і системи в узагальнених координатах. Умови рівноваги в потенціальному полі. Теорема про зміну кількості руху системи. Теорема про рух центра мас системи. Теорема про зміну моменту кількості руху системи. Теорема про зміну кінетичної енергії.
- 11.2. Загальне рівняння динаміки. Рівняння Лагранжа другого порядку. Випадок консервативних сил. Інтеграл енергії. Теорема Лежен-Діріхле про стійкість рівноваги.
- 11.3. Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі. Рівняння руху. Визначення сил реакції. Вільна вісь обертання. Фізичний маятник. Центр коливань. Нелінійні коливання. Рівняння Ван дер Поля.
- 11.4. Рух твердого тіла навколо нерухомої точки. Кути Ейлера. Кінематичні динамічні рівняння Ейлера.
- 11.5. Канонічне рівняння Гамільтона. Метод Якобі-Гамільтона. Інтеграл енергії. Варіаційний принцип Остроградського-Гамільтона.
- 11.6. Деформований стан. Пружність. Суцільне середовище. Вектор переміщення. Тензор деформації. Геометричний зміст компонент тензора деформації. Поверхня деформації. Головні деформації. Інваріанти тензора деформації. Девіатор тензора деформації. Умови нерозривності.
- 11.7. Напружений стан. Зовнішні впливи. Внутрішні сили. Тензор напружень. Перетворення компонент тензора напружень. Головні нормальні напруження. Інваріанти напруженого стану. Поверхня напружень. Екстремальні значення дотичних напружень. Розклад тензора напружень на кульовий тензор і девіатор.
- 11.8. Термодинамічні основи термпружності. Основні поняття і закони термодинаміки. Вільна енергія. Термодинамічний потенціал Гіббса. Рівняння стану для пружного тіла. Питома потенціальна енергія деформації лінійно-пружного тіла. Закон збереження енергії для деформованого тіла. Балас ентропії. Закон теплопровідності Фур'є.
- 11.9. Постановка задач теорії пружності. Рівняння теорії пружності в переміщеннях. Рівняння Бельтрамі і постановка задач теорії пружності в напруженнях. Граничні умови. Принцип Сен-Венана.
- 11.10. Просторові задачі. Подання розв'язку у формі Папковича-Нейбера. Подання розв'язку у формі Гальоркіна. Функція Лява і функція Буссінеска. Потенціал пружних переміщень. Пружний півпростір. Перша і друга крайові задачі.

- 11.11. Двовимірні задачі теорії пружності. Плоский напружений стан. Плоский деформований стан. Функція Ері в декартових та полярних координатах. Застосування функції комплексної змінної до розв'язання плоскої задачі. Конформне відображення. Розв'язок задачі для однозв'язних і багатозв'язних областей.
- 11.12. Принцип віртуальних робіт. Теорема про мінімум потенціальної енергії. Принцип мінімуму додаткової роботи. Єдиність розв'язку крайових задач теорії пружності. Теорема взаємності робіт. Наближені методи розв'язування задач теорії пружності, що базуються на варіаційних принципах. Методи Рітца і Бубнова-Гальоркіна.
- 11.13. Диференціальні рівняння руху пружного тіла, граничні і початкові умови. Два типи хвиль в нескінченному середовищі. Сферичні і циліндричні хвилі. Поверхневі хвилі Релея. Хвилі Лява.
- 11.14. Основні рівняння термопружності. Постановка задач термопружності в напруженнях. Плоска задача термопружності. Температурні поля, що не зумовлюють температурних напружень. Застосування функцій комплексної змінної до розв'язування плоских задач термопружності.
- 11.15. Теорія пластичності. Ідеальні пружно-пластичні та жорстко-пластичні тіла. Зміцнення. Умови пластичності Треска і Мізеса. Основні визначальні співвідношення теорії пластичності. Деформаційна теорія пластичності. Просте навантаження. Рівняння теорії пластичного течіння. Зв'язок між різними теоріями пластичності.
- 11.16. Кручення циліндричних брусків. Гідродинамічна аналогія задачі про кручення. Аналогія з мембраною. Кручення бруса еліптичного перерізу.

Рекомендована література

1. *Бабенко А. Є., Бобир М. І., Бойко С. Л.* та ін. Теорія пружності. Частина 1: підручник. – Київ: Основа, 2009. – 244 с.
2. *Бабенко А.Є.* Коливання неконсервативних механічних систем: Монографія / А.Є.Бабенко, О.О.Боронко, Я.І.Лавренко, С.І.Трубачев. – Нац.техн.ун-т України «КПІ імені Ігоря Сікорського». –Київ: 2020. – 153с.
3. *Божидарник В. В., Сулим Г. Т.* Елементи теорії пластичності та міцності – Львів: Світ, 1999. Т. 1. – 532 с.
4. *Божидарник В. В., Сулим Г. Т.* Елементи теорії пружності. –Львів: Світ, 1994. – 559 с.
5. *Бондаренко В.Г.* Рівняння математичної фізики. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 100 с.
6. *Василишин Т. В., Гой Т. П., Федак І. В.* Інтегральні рівняння: навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Сімик, 2014. – 222 с.
7. *Волонтир Л.О, Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А.* Чисельні методи: Навчальний посібник. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.
8. *Гончаров О. А., Васильєва Л. В., Юнда А. М.* Чисельні методи розв'язання прикладних задач Навчальний посібник. Суми, Сумський державний університет 2020.
9. *Жалдак М.І., Триус Ю.В.* Основи теорії і методів оптимізації. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 608 с.
10. *Журавська Г. В., Качасько О. Б., Кузьма О. В., Рева Н. В., Стогній В. І.* Класичні методи розв'язування задач математичної фізики. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 258 с.
11. *Задачин В. М., Конюшенко І. Г.* Чисельні методи: навчальний посібник – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.
12. *Іванчов М.І.* Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. – Львів: Тріада плюс, 2004.

13. *Ловейкін А., Вакал Є.* Рівняння математичної фізики: приклади і задачі. Навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету. – К.: КНУ імені Тараса Шевченка – 2024. – 187 с.
14. *Лопушанська Г. П., Лопушанська А. О.* Інтегральні рівняння і застосування: навчальний посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2022. – 111 с.
15. *Мамчук В. І.* Числові методи: навч. посібник. – Київ: НАУ, 2015. – 388 с.
16. *Маринець В. В., Рего В. Л., Маринець К. В.* Теорія крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь: Навчальний посібник. – Ужгород: Вид-во УжНУ «Говерла», 2013. – 196 с.
17. *Мастинівський Ю. В., Шишканова Г. А.* Теорія функцій комплексної змінної: Навчальний посібник. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2012. – 160 с.
18. *Модельювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. редакцією Я.Й. Бурака і Р.М. Кушніра (в 5-ти томах). Т. 3. Термопружність термочутливих тіл / Кушнір Р.М., Попович В.С.* – Львів: СПОЛОМ, 2009. – 429 с.
19. *Мороз І. О.* Основи термодинаміки: навчальний посібник. – Суми: СумДПУ ім. А.С. Макаренка, 2009. – 180 с.
20. *Мусіяка О.А.* Чисельні методи задач механіки. – Київ: Либідь 2004. – 240 с.
21. *Олійник Л.О.* Навчальний посібник “Лекції з функціонального аналізу”. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2000 –96с.
22. *Павловський М. А.* Теоретична механіка. – Київ:Техніка, 2002. – 510 с.
23. *Перестюк М.О., Маринець В.В.* Теорія рівнянь математичної фізики / *М.О.Перестюк*, – Київ: Либідь, 1993.
24. *Попов Ю.Д., Тюптя В.І., Шевченко В.І.* Методи оптимізації. – Київ: КНУ імені Тараса Шевченка, 2003.–215 с.
25. *Приходько М. А., Герасимов Г. Г.* Термодинаміка і теплопередача. Навчальний посібник. – Рівне: НУВГП, 2008. – 250 с.
26. *Самойленко А. М., Кривошея С.А., Пересюк М.О.* Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. – Київ: Вища школа, 1994. – 451 с.
27. *Сивак Р. І., Деревенько І. А.* Короткий курс теоретичної механіки. - Вінниця, 2014. – 155 с.
28. *Сікора Я. Б., Щехорський А.Й., Якимчук Б.Л.* Методи оптимізації та дослідження операцій: навчальний посібник. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2019. – 148 с.
29. *Сулим Г. Т.* Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями. — Львів: Дослідно-видавничий центр НТШ, 2007. — 716 с.
30. *Ус С.А.* Функціональний аналіз. Навчальний посібник. – Дніпропетровськ: НГУ, 2013. – 236 с.
31. *Федак І.В.* Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Ч.1. Вимірні множини та вимірні функції. – Івано-Франківськ: ПНУ імені Василя Стефаника, 2020. – 52с.
32. *Федак І.В., Гой Т.П.* Лінійні інтегральні рівняння: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Голіней, 2011. – 152с.
33. *Фельдман Н.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А.* Чисельні методи в інформатиці. – Київ: ВНУ, 2006: – 480 с.
34. *Чепурник М. М., Ткаченко С. Й.* Основи технічної термодинаміки. – Вінниця: Поділля - 2000, 2004. – 352 с.

35. Чихладзе Е.Д., Вереvічева М.А., Галагура Є.І. та ін. Основи лінійної теорії пружності, пластичності та повзучості: Навч. посібник. – Харків: УкрДАЗТ, 2010. – 149 с.
36. Andriychuk M. (Ed.). Matrix Theory - Classics and Advances. - London: Intech Open., 2023. – 259 p.
37. Andriychuk M. I. Antenna Synthesis through the Characteristics of Desired Amplitude. Newcastle, UK: Cambridge Scholars Publishing, xvi+150 p., 2019.
38. Elishakoff I., Pentaras D., Gentilini C. Mechanics of Functionally Graded Material Structures, World Scientific Publishing Co, 2015.
39. Guo L., Hongjun Y., Linzhi W. Fracture Mechanics of Nonhomogeneous Materials, Springer, 2023
40. Hetnarski R.B., Eslami M.R. Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications. – Springer, 2019. – 657 p.
41. Tokovyy, Y., Ma, C.-C. The Direct Integration Method for Elastic Analysis of Nonhomogeneous Solids. – Newcastle: Cambridge Scholars Publishing, 2021. – 329 p.