

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ
ім. Я.С. ПІДСТРИГАЧА

Відділ числових методів математичної фізики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор ІППММ ім. Я.С. Підстригача
НАН України, академік НАН України

 Роман КУШНІР

Протокол від «29» серпня 2024 року №9



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Ітераційні методи розв'язування нелінійних інтегральних рівнянь і

спектральних задач

/код і назва навчальної дисципліни /

Третій рівень, доктор філософії

/рівень вищої освіти/

вид дисципліни _____ за вибором _____

(обов'язкова / за вибором)

мова викладання _____ українська _____

спеціальність _____ 113 Прикладна математика _____

/шифр і назва /

галузь знань _____ 11 Математика та статистика _____

/шифр і назва/

Львів–2024 рік

Робоча програма з навчальної дисципліни "Ітераційні методи розв'язування нелінійних
інтегральних рівнянь і спектральних задач"
для здобувачів освіти ступеня доктора філософії

Розробник:

зав. від., д. т. н., професор



Михайло АНДРІЙЧУК

"25" 07. 2024 р.

1. Структура навчальної дисципліни

Найменування показників	Всього годин	
	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів/год.	4	–
Усього годин аудиторної роботи, у т. ч.:	60	–
• лекційні заняття, год.	30	–
• семінарські заняття, год.	30	–
• практичні заняття, год.	–	–
• лабораторні заняття, год.	–	–
Усього годин самостійної роботи, у т. ч.:	60	–
Екзамен	–	–

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

2.1. Мета вивчення навчальної дисципліни

Метою вивчення дисципліни є оволодіння апаратом дослідження розв'язків задач на власні значення, які виникають в багатьох галузях природничих та інженерних наук та використання отриманих знань для розв'язання конкретних задач стосовно тематики вибраних досліджень.

2.2. Завдання навчальної дисципліни відповідно до освітньої програми

В результаті вивчення дисципліни студент повинен:

- ознайомитися з проблематикою лінійних і нелінійних спектральних задач;
- освоїти класичний підхід знаходження власних значень на основі дослідження розв'язків характеристичного рівняння;
- вивчити двосторонні аналоги методу Ньютона знаходження власних значень нелінійних спектральних задач;
- навчитися використовувати двосторонні методи типу Геллі знаходження двосторонніх наближень до власних значень;
- навчитися формулювати варіаційні задачі з подальшим знаходженням множини власних значень відповідних нелінійних інтегральних рівнянь;
- розробляти відповідне програмне забезпечення для розв'язання задач на пошук власних значень стосовно вибраної галузі досліджень.

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток в аспірантів компетентностей:

загальних:

- 1) знання сучасних методів розв'язання нелінійних задач для теоретичних і прикладних застосувань моделювання нелінійних процесів;
- 2) критичний аналіз в оцінці аналітичних і числових методів розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь і відповідних спектральних задач;
- 3) уміння ефективно спілкуватися з широкою науковою спільнотою та громадськістю в питаннях аналітично-числових методів;
- 4) наполегливість у досягненні мети;
- 5) здатність самостійно розвиватися і вдосконалюватися упродовж життя,

відповідальність за навчання інших;

- 6) соціальна відповідальність за результати прийняття стратегічних рішень;
- 7) ініціювання оригінальних дослідницько-інноваційних комплексних проектів;
- 8) лідерство та здатність як до автономної, так і до командної роботи під час реалізації проектів;

фахових:

- 1) знання про тенденції розвитку і найбільш важливі нові розробки в області аналітично-числових методів розв'язання спектральних задач, а також суміжних областей;
- 2) знання і розуміння сучасних аналітично-числових методів, вміння їх ефективно застосовувати для розв'язання задач, які описують складні процеси, системи та явища;
- 3) знання про тенденції розвитку і найважливіші нові розробки в області використання числових методів розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь і відповідних спектральних задач;
- 4) здатність ефективно застосовувати аналітично-числові методи стосовно нелінійних інтегральних рівнянь і спектральних задач, проводити комп'ютерну реалізацію розроблених алгоритмів;
- 5) здатність інтегрувати знання з інших галузей, застосовувати гнучкий підхід та враховувати специфічні аспекти при розв'язанні науково-прикладних задач і виконанні досліджень;
- 6) здатність розробляти та реалізовувати проекти, включаючи власні дослідження, які дають можливість переосмислювати наявні чи створювати нові знання, а також розв'язувати складні задачі в області нелінійних спектральних задач.

Результати навчання даної дисципліни деталізують такі **програмні результати навчання:**

- знання та розуміння наукових й математичних принципів, що лежать в основі розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь і спектральних задач;
- професійні знання основних закономірностей формулювання спектральних задач стосовно тепло-масо-перенесення, електродинаміки, деформування, поширення хвиль в нелінійних середовищах;
- здатність продемонструвати знання сучасних аналітично-числових методів розв'язування задач на власні значення;
- здатність обрати раціональний метод знаходження розв'язків і побудувати алгоритм розв'язання сформульовані задачі, а також розробити відповідне програмне забезпечення для комп'ютерного моделювання;
- здатність продемонструвати поглиблені знання у вибраній спеціалізації;
- здатність продемонструвати розуміння впливу технічних рішень в суспільному, економічному і соціальному контексті;
- здійснювати пошук, аналізувати і критично оцінювати інформацію з різних джерел;
- вміння вибрати числовий чи аналітичний спосіб розв'язання задачі та проаналізувати його результати;
- самостійно планувати й виконувати дослідження, а також оцінювати отримані результати;
- застосовувати сучасні методи для розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь і спектральних задач моделювання складних процесів, систем та явищ;
- ефективно працювати як індивідуально, так і у складі команди;
- поєднувати теорію і практику, а також приймати рішення та виробляти стратегію діяльності для вирішення завдань спеціалізації з урахуванням загальнолюдських цінностей, суспільних, державних та виробничих інтересів;
- самостійно виконувати наукові дослідження та застосовувати дослідницькі навички за

професійною тематикою;

- застосовувати системний підхід, інтегруючи знання з інших дисциплін та враховуючи не-технічні аспекти, під час розв'язання задач обраної спеціалізації та проведення досліджень;
- самостійно змодельовати систему (явище) та її елементи з урахуванням усіх аспектів поставленої задачі;
- аргументувати вибір методів розв'язування спеціалізованої задачі, критично оцінювати отримані результати та захищати прийняті рішення;

3. Опис навчальної дисципліни

3.1. Лекційні заняття

№ п./п.	Найменування розділів, тем	Кількість год.
1.	Нелінійні спектральні задачі. Основні визначення. Відмінність між лінійною і нелінійною задачею на власні значення. Структуровані і неструктуровані задачі.	4
2.	Нулі детермінантного рівняння. Обчислення похідних детермінанта. Алгоритм обчислення початкових наближень для нелінійних спектральних задач. Аналіз числових результатів розв'язання модельної задачі.	4
3.	Двосторонні аналоги методу Ньютона знаходження власних значень нелінійних спектральних задач. Допоміжна ітераційна функція та її властивості. Побудова алгоритму альтернуючих (почергових) наближень. Ітераційний алгоритм включаючи наближень. Аналіз числових результатів розв'язання модельних задач.	4
4.	Метод Геллі двосторонніх наближень до власних значень. Ітераційна функція Геллі та її деякі властивості. Монотонність наближень. Ітераційний процес включаючи двосторонніх наближень. Альтернуюча двостороння збіжність методу Геллі. Алгоритмічна реалізація ітераційних процесів.	4
5.	Методи послідовних наближень розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь. Варіаційні постановки задач синтезу випромінюючих систем за амплітудними характеристиками. Методи знаходження кривих галуження у двовимірному випадку, метод неявної функції. Нульові криві визначника.	4
6.	Застосування до знаходження точок галуження розв'язків нелінійних інтегральних рівнянь, які виникають в теорії синтезу антен. Точки галуження рівнянь синтезу неперервної і дискретної антенної системи.	5
7.	Застосування узагальненого методу типу Ньютона для знаходження сукупності власних значень нелінійних інтегральних рівнянь типу Гаммерштейна. Випадок обмежень на шукану функцію.	5

Усього 30 год.

3.2. Практичні/лабораторні заняття

Цей вид занять передбачає отримання навиків з створення програмних засобів, спрямованих на отримання числових результатів розв'язання нелінійних спектральних задач і нелінійних інтегральних рівнянь типу Гаммерштейна. Отримані результати будуть аналізуватися в процесі спілкування з розробником дисципліни, що дасть змогу набути необхідних навиків розв'язання низки завдань, які відносяться до теми дисертаційної роботи здобувача наукового ступеня.

№ п./п.	Найменування розділів, тем	Кількість год.
1	Нижня і верхня оцінка для задач на власні значення. Функціонал Темпля. Алгоритм Коллатца-Темпля визначення власних значень звичайних диференціальних рівнянь і рівнянь з частинними похідними. Модифікація алгоритму Крилова-Боголюбова. Методи для операторних рівнянь.	3
2	Відмінності між лінійною та нелінійною спектральними задачами. Структуровані і неструктуровані задачі. Обернені ітерації для нелінійної спектральної задачі. Алгоритми залишкової оберненої ітерації, послідовних лінійних задач і ітерацій з функціоналом Релея.	3
3	Алгоритми обчислення нулів детермінанта. Алгоритм обчислення початкових наближень для нелінійних спектральних задач. Числове розв'язання відповідних задач.	4
4	Допоміжна ітераційна функція та її властивості. Ітераційні процеси альтернуючих (почергових) наближень. Алгоритми включаючи наближень та їхні властивості. Програмна реалізація алгоритмів.	4
5	Ітераційна функція Геллі та її властивості. Реалізація алгоритму включаючи двосторонніх наближень.	4
6	Методи послідовних наближень розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь. Мінімізація функціоналів. Дослідження збіжності методу послідовних наближень, використання методу неявної функції і табуляція відповідного визначника.	4
7	Застосування до нелінійних інтегральних рівнянь теорії синтезу антен. Задача на знаходження точок галуження як задача на власні значення. Інтегральне рівняння і відповідна задача на власні значення для неперервної антенної системи. Інтегральне рівняння і відповідна задача на власні значення для дискретної антенної системи.	4
8	Числова реалізація узагальненого методу типу Ньютона для знаходження сукупності власних значень нелінійних інтегральних рівнянь типу Гаммерштейна. Випадок неперервної і дискретної антенної системи.	4

Усього 30 год.

3.3. Самостійна робота

№ п/п	Зміст роботи	К-сть годин
1.	Виконання індивідуальних науково-дослідних завдань, к-сть/год	40
2.	Підготовка до заліків та іспиту	20

Усього 60 год.

4. Контроль знань, політика виставлення балів

Оцінювання знань проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:

Програми для чисельного визначення множини власних значень: 30% загальної оцінки; максимальна кількість балів за програмний комплекс – 30;

Індивідуальне наукове завдання: 20% загальної оцінки; максимальна кількість балів за індивідуальне наукове завдання – 20 балів;

Іспит: 50% загальної оцінки; максимальна кількість балів – 50.

Загалом 100 балів.

Академічна доброчесність: Очікується, що роботи аспірантів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших аспірантів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі аспіранта є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

Відвідування занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі аспіранти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Аспіранти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку аспіранти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

Література. Уся література, яку аспіранти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Аспіранти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність аспіранта під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

5. Рекомендована література

1. Булацик О.О., Войтович М. М., Каценеленбаум Б. З., Тополук Ю. П. Фазові оптимізаційні задачі. Застосування в теорії хвильових полів. – Київ: Наук. думка, 2012. – 317 с.
2. Precup R. *Methods in Nonlinear Integral Equations*. – Dodrecht: Kluwer Acad. Publ., 2021. – 232 p.
3. Подлевський Б. М. Двосторонні методи розв'язування нелінійних спектральних задач. – Київ: Наукова думка, 2014. – 175 с.
4. Б. М. Подлевський, В. В. Хлобистов. Чисельні методи розв'язування багатопараметричних спектральних задач. – Київ: Наукова думка, 2017. – 147 с.
5. D. J. Benton. *Numerical Methods: Nonlinear Equations, Numerical Calculus, & Differential Equations*. New York: Amazon, 2021, 317 p.
6. T. L. Saaty. *Modern Nonlinear Equations*. Courier Corporation. – 2012. – 496 p.
7. B. M. Podlevskiy. *Numerical Algorithms of Finding the Branching Lines and Bifurcation Points of Solutions for One Class of Nonlinear Integral Equations*. – London: IntechOpen, 2012. <https://books.google.com.ua/books?id=uwCkzQEACAAJ>
8. A. N. Tikhonov, V. Y. Arsenin. *Solutions of Ill-posed Problems*. – USA, Winston: Michigan University. – 2010. 258 p.
9. М. Андрійчук, П. Савенко. Нелінійні багатопараметричні спектральні задачі. – Львів: ІППММ НАН України. – 2023, 218 с.
10. M. Andriychuk. *Advanced Methods for Solving Nonlinear Eigenvalue Problems of Generalized Phase Optimization*. In book: *Matrix Theory - Classics and Advances*. Ed. M. Andriychuk. Rieka, Croatia: IntechOpen, 2022, 24 p. DOI: <http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.103948>.
11. Andriychuk, M., Podlevskiy, B. *Advanced Study on the Radiation Systems Synthesis by the Energetic Criterion as a Problem of Optimization with Restriction*, in book: *Theory and Practice of Mathematics and Computer Science Vol. 4*, pp. 109-128, 2020. ISBN-13(15) 978-93-90431-34-2. DOI: <https://doi.org/10.9734/bpi/tpmcs/v4>.
12. П. О. Савенко, Т. Я. Соляр. Перетворення Фур'є й Лапласа в задачах апроксимації – Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, 2019. – 380 с.
13. A.-M. Wazwaz. *Linear and Nonlinear Integral Equations: Methods and Applications*. Springer Science & Business Media. – 2011. – 639 p.
14. Подлевський Б. М. Про один підхід до побудови двосторонніх ітераційних методів розв'язування нелінійних рівнянь // Доп. НАН України. – 1998. – № 5. – С. 37–41.
15. Подлевський Б. М. Побудова двосторонніх наближень до розв'язку нелінійних рівнянь за допомогою методу Геллі // *Мат. методи та фіз.-мех. поля*. – 2000. – 43, № 4. – С. 59–67.
16. Podlevskiy B. M. *On the Bilateral Convergence of Halley's Method* // *Z. angew. Math. Mech.* – 2003. – 83, No. 4. – P. 282–286.
17. Bulatsyk O. O., Katsenelenbaum B. Z., Topolyuk Yu. P., Voitovich N. N. *Phase Optimization Problems. Applications in Wave Field Theory*. WILEY-VCH, Weinheim, 2010. 317 p.
18. M. Andriychuk, V. Tkachuk. *The Optimization Problems and Modelling the Radiation Characteristics of Focusing Radiating Array*. In book: *Exploring the Benefits of Numerical Simulation and Modelling*. Andriychuk M. (Ed). London: Intech Open, 2024, 16 p. <http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.1008387>.
19. Andriychuk, M. I. and Podlevskiy, B. M. *The Radiation System Synthesis by the Power Criterion as a Problem of Optimization with Restrictions* // *Journal of Applied Mathematics and Physics*. – 2018. – Vol. 6, No. 12. – P. 2650-2665.
20. M. I. Andriychuk. *Antenna Synthesis through the Characteristics of Desired Amplitude*. Newcastle, UK: Cambridge Scholars Publishing, 2019. – xvi+150 p.
21. М. Андрійчук, П. Савенко. Нелінійні багатопараметричні спектральні задачі. – Львів: ІППММ НАН України. – 2023, 218 с.

22. M. I. Andriychuk. Branching of solutions of the nonlinear equations appearing in the problems of synthesis of plane antenna arrays // Journal of Mathematical Sciences, vol. 282, No. 5, July, 2024, pp. 817-835. <http://dx.doi.org/10.1007/s10958-024-07218-6>.
23. M. Andriychuk. The Combined Search of the Different Kind of Solutions to the Optimization Problems of Antenna Synthesis Theory. In book: Optimization Algorithms – Classics and Recent Advances. Andriychuk M. (Ed.). London: Intech Open, pp. 55-75, 2024. <http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.114218>.
24. https://encyclopediaofmath.org/index.php?title=Integral_equation
25. <https://ocw.mit.edu/courses/18-307-integral-equations-spring-2006/>
26. https://encyclopediaofmath.org/wiki/Integral_equation
27. <https://mathworld.wolfram.com/IntegralEquation.html>