

УДК 539.3

КОНТАКТ ПАРАБОЛІЧНОГО ШТАМПА З НЕОДНОРІДНИМ ПРЯМОКУТНИКОМ

Дмитрів М.І.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача
НАН України, mdmytriv@gmail.com

У даній роботі досліджено особливості напруженого стану прямокутника з функціональною неоднорідністю матеріалу різного типу за контакту з параболічним штампом. У праці [1] вивчено напруження у таких тілах за дії рівномірного стискального навантаження.

Розглянемо плоскодеформований стан прямокутника довжини a і висоти b , який у декартовій системі координат $x_1 O x_2$ займає область Ω з границею $\Gamma = \Gamma_o \cup \Gamma_\epsilon \cup \Gamma_a^+ \cup \Gamma_a^-$. Матеріал тіла є ізотропним і неоднорідним, а його модуль Юнга $E(x_1, x_2)$ – неперервна функція координат. У верхню грань прямокутника втиснено гладкий штамп (рис. 1). Вважаємо, що величина сили P достатня для того, щоб вся грань Γ_ϵ ввійшла в контакт зі штампом. На нижній грані Γ_o виконуються умови гладкого защемлення, за якого дотичні напруження і нормальні переміщення є нульовими. Бічні сторони Γ_a^+ та Γ_a^- ненавантажені.

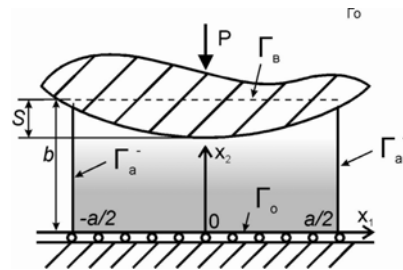


Рис. 1

Компоненти тензора напружень σ_{ij} в області прямокутника задовольняють рівняння рівноваги

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(x_1, x_2)}{\partial x_j} = 0, \quad (x_1, x_2) \in \Omega. \quad (1)$$

Крайові умови на контурі Γ запишемо у вигляді

$$u_2(x_1, x_2) = g(x_1) - S, \quad (x_1, x_2) \in \Gamma_\epsilon,$$

$$\sigma_{12}(x_1, x_2) = 0, \quad u_2(x_1, x_2) = 0, \quad (x_1, x_2) \in \Gamma_o,$$

$$\sigma_{11}(x_1, x_2) = 0, \quad \sigma_{12}(x_1, x_2) = 0, \quad (x_1, x_2) \in \Gamma_a^+ \cup \Gamma_a^-, \quad (2)$$

де S – просідання штампа, $g(x_1)$ – функція форми штампа.

Для розв’язування цієї задачі застосовано метод скінченних елементів з використанням чотирикутних неоднорідних елементів.

Проаналізовано залежність напруженого стану прямокутника від просідання штампа S , коли модуль Юнга матеріалу залежить від координати x_2 і рівний $[2 + 3(x_2/b)^2] \cdot 10^9$ Па. Числові розрахунки проведено для прямокутника довжини $a = 0,2$ м і ширини $b = 0,1$ м та параболічного штампа ($g(x_1) = 10^{-4}(x_1/b)^2$).

Порівнювалися напруження, які виникають в прямокутнику за трьох величин просідання штампа: $S = 2,0 \cdot 10^{-4}$ м, $S = 6,0 \cdot 10^{-4}$ м, $S = 13,0 \cdot 10^{-4}$ м.

При просіданні штампа на глибину $2,0 \cdot 10^{-4}$ м (рис. 2) максимальні розтягувальні напруження σ_{11} величиною 0,32 МПа виникають в точці (0, 0,0475), а максимальні стискувальні $\sigma_{11} = -1,57$ МПа - посередині верхньої грані. У розподілі напружень σ_{22} спостерігаємо тільки стискувальні (рис. 3), а їх максимум ($\sigma_{22} = -6,16$ МПа) зосереджується посередині верхньої грані.

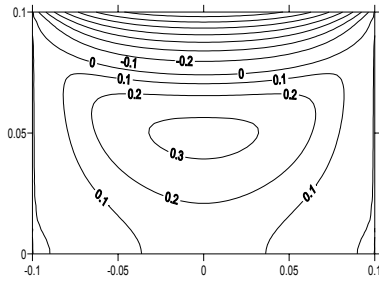


Рис. 2

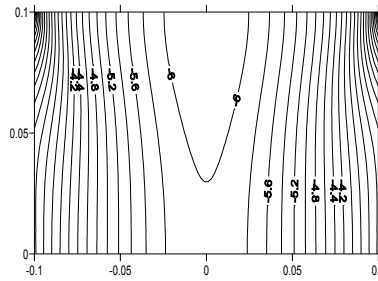


Рис. 3

Зі збільшенням глибини просідання штампа до $6,0 \cdot 10^{-4}$ м спостерігається якісно інша картина розподілу напружень в тілі. Зокрема максимальні розтягувальні напруження σ_{11} величиною 0,91 МПа виникають поблизу центру верхньої грані на глибині 0,005 м від неї, а максимальні стискувальні $\sigma_{11} = -0,96$ МПа – посередині нижньої грані (рис. 4). Максимальні стискувальні напруження σ_{22} з верхньої грані переміщуються на нижню грань і рівні -18,53 МПа (рис. 5).

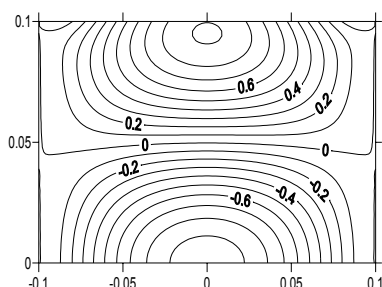


Рис. 4

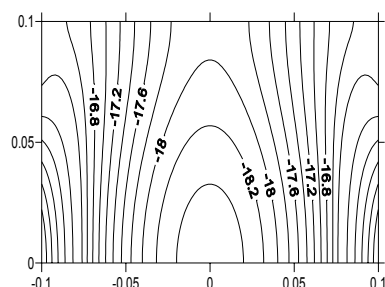


Рис. 5

У випадку просідання штамп $13,0 \cdot 10^{-4}$ м розтягувальні напруження $\sigma_{11} = 5,21$ МПа виникають посередині верхньої грані, а максимальні стискувальні $\sigma_{11} = -2,89$ МПа – посередині нижньої грані (рис. 6). Максимальні стискувальні $\sigma_{22} = -43,54$ МПа локалізуються у верхніх правому та лівому кутах (рис. 7).

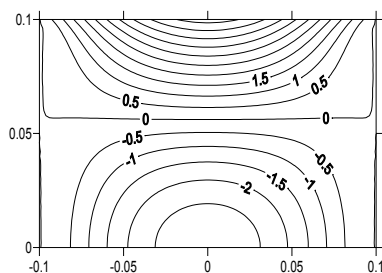


Рис. 6

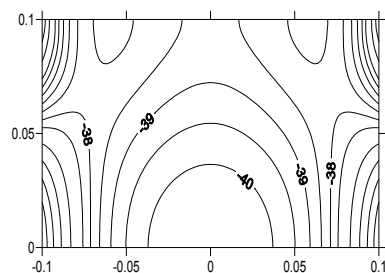


Рис. 7

1. Мартиняк Р. М., Дмитрів М. І. Напружено-деформований стан прямокутної пластини з функціонально-градієнтного матеріалу // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – 52:1. – С. 107–114.

CONTACT OF PARABOLIC STAMP WITH INHOMOGENEOUS RECTANGLE

Plane stress state of the rectangular body with functionally graded materials under the influence of smooth stamp is investigated with help of finite element method. General characteristics of the stress distribution for different values of the subsidence are discovered.