

УДК 519.85

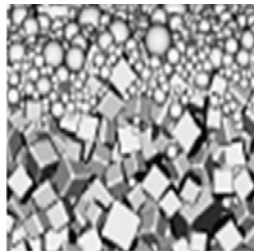
## **ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СТРУКТУРНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ ТВЕРДИХ МАТЕРІАЛІВ**

**Чугай А.М.**

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України,  
[chugay@ipmach.kharkov.ua](mailto:chugay@ipmach.kharkov.ua)

Для тривимірного моделювання, візуального та кількісного аналізу структурних особливостей різних твердих структур, а також для моделювання структури матеріалів, які використовуються у нанотехнологіях, можуть бути використані математичні моделі та методи теорії оптимізаційного геометричного проектування [1].

Так, наприклад, задача розміщення неорієнтованих паралелепіпедів і куль може застосовуватися, наприклад, для тривимірного моделювання та аналізу структури нафтоносних порід і зони розломів катакластичних гірських порід (див. мал.1) [2].



Мал.1. Використання тривимірного моделювання при дослідженні структурних особливостей нафтоносних порід

На сьогоднішній день у класі задач розміщення тривимірних геометричних об'єктів [1] найменш вивченими є задачі, в яких допускаються афінні перетворення не тільки трансляції, але й довільного повороту об'єктів. Разом з тим ці задачі мають важливе як теоретичне, так і практичне значення.

По своїй постановці задачі розміщення тривимірних геометричних об'єктів є оптимізаційними. Однак, на цей час існує проблема застосування методів локальної та глобальної оптимізації для розв'язання задач розміщення неорієнтованих (тобто таких, що допускають довільні повороти) тривимірних об'єктів. Це обумовлено відсутністю конструктивних засобів математичного моделювання відносин між цими об'єктами.

У статті [3] наводиться огляд сучасних підходів до розв'язання задач розміщення та говориться, що одним з перспективних підходів для побудови адекватних математичних моделей вказаних задач є метод Ф-функцій [4].

На цей час побудові Ф-функцій для орієнтованих тривимірних об'єктів присвячені роботи [5,6]. У роботі [5] побудовані Ф-функції для базових 3D об'єктів, границі яких мають форму кулі, паралелепіпеда, конуса та циліндра. У роботі [6] описано спосіб побудови 0-рівня Ф-Функції для двох опуклих орієнтованих багатогранників.

Метою даної роботи є побудова Ф-функцій для двох неорієнтованих паралелепіпедів, а також для неорієнтованого паралелепіпеду та кулі.

Для аналітичного опису взаємодії пари неорієнтованих паралелепіпедів необхідно описати всі можливі види їх торкань. Для пари неорієнтованих паралелепіпедів досить змодельовати наступні три види торкань: 1) вершина першого паралелепіпеда торкається грані другого; 2) вершина другого паралелепіпеда торкається грані першого; 3) ребро першого паралелепіпеда торкається ребра другого.

При моделюванні описаних трьох видів торкання Ф-функція для двох неорієнтованих паралелепіпедів може бути побудована у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \Phi(u_1, u_2) &= \max\{\Psi_i(u_1, u_2), i = 1, 2, 3\} = \\ &= \max\left\{\max\left\{\min\left\{F_{1pj}(u_1, u_2), j \in J\right\}, p \in K\right\}, \right. \\ &\quad \max\left\{\min\left\{F_{2pj}(u_1, u_2), j \in J\right\}, p \in K\right\}, \\ &\quad \left.\max\left\{F_{3tj}(u_1, u_2), t, j \in T\right\}\right\}, \end{aligned}$$

де функції  $\Psi_i(u_1, u_2)$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $J = \{1, 2, \dots, 8\}$ ,  $K = \{1, 2, \dots, 6\}$ ,  $T_1 = T_2 = \{1, 2, \dots, 12\}$ , описують вказані види торкань.

Наукові та практичні результати даної роботи полягають у тому, що побудовані Ф-функції дозволяють побудувати математичну модель оптимізаційної задачі розміщення неорієнтованих паралелепіпедів і куль та використовувати для її розв'язання градієнтні методи оптимізації, оскільки побудовані Ф-функції дозволяють задати область припустимих розв'язків вказаної оптимізаційної задачі у вигляді системи нерівностей, ліві частини яких є неперервно-диференційованими функціями.

1. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. – Киев: Наук. думка, 1986. – 268 с.
2. <http://smartimtech.com>
3. Bennell J., Oliveira J. The geometry of nesting problems: A tutorial. European Journal of Operational Research. – 2008. – **184**. – P. 397–415.
4. Stoyan Yu. G. Ф-function and its basic properties // Докл. АН Украины. Сер. А. – 2001. – **8**. – С. 112-117.

5. Scheithauer G., Stoyan Y., Romanova T. Mathematical modeling of interactions of primary 3D geometric objects // Cybernetics and System Analysis.–2005. – 41:3 . – P. 332–342.
6. Гиль Н.И., Магдалина И.В. Способ построения поверхности 0-уровня Ф-функции для двух выпуклых многогранников // Высокие технологии в машиностроении. Сборник научных трудов ХГПУ. – Харьков, 2000. –Вып.1 (3).– С.52-57.

**UTILIZATION OF A MATHEMATICAL MODELING AT  
RESEARCH OF STRUCTURAL FEATURES OF HARD MATERIALS**

*In the work F-functions for pair of non-oriented parallelepipeds and for non-oriented parallelepiped and sphere are constructed. These F-functions allow applying gradient optimization methods for solving of an optimization problem of placing of non-oriented parallelepipeds and spheres.*