



УДК 512.536

ПРО ПСЕВДОКОМПАКТНІ ТОПОЛОГІЧНІ ІНВЕРСНІ НАПІВГРУПИ БРАНДТА

Гутік О. В.¹, Павлик К. П.²

¹Львівський національний університет ім. Івана Франка,
Львів, o_gutik@franko.lviv.ua

²Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, Львів, kpavlyk@yahoo.co.uk

Термінологія, означення та позначення такі як у [3, 4, 5]. Усі топологічні простори вважаються гаусдорфовими.

Нагадаємо [5], що напівгрупа S називається *інверсною*, якщо для довільного елемента x в S існує єдиний інверсний x^{-1} такий, що $xx^{-1}x = x$ і $x^{-1}xx^{-1} = x^{-1}$. Напівгрупа S називається цілком 0-простою, якщо вона не містить власних відмінних від нуля двосторонніх ідеалів, і цілком 0-простою, якщо S - 0-проста і містить примітивний ідемпотент.

Нехай S – напівгрупа з одиницею, I_λ – непорожня множина потужності $\lambda \geq 1$. На множині $B_\lambda(S) = I_\lambda \times S^1 \times I_\lambda \cup \{0\}$ означимо напівгрупову операцію “*” так:

$$(i, s, j) * (k, t, l) = \begin{cases} (i, st, l), & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases}$$

і $(i, s, j) * 0 = 0 * (i, s, j) = 0 * 0 = 0$ для довільних $i, j, k, l \in I_\lambda$, $s, t \in S^1$. Напівгрупа $B_\lambda(S)$ називається λ -розширенням Брандта напівгрупи S [1, 2].

Означення 1 [2]. Нехай $\lambda \geq 1$, Ω – клас топологічних напівгруп, $(S, \tau) \in \Omega$. Якщо τ_B – топологія на $B_\lambda(S)$ така, що

1) $(B_\lambda(S), \tau_B) \in \Omega$,

2) $\tau_B|_{S_{ii}} = \tau$ для деякого $i \in I_\lambda$,

то $(B_\lambda(S), \tau_B)$ називається *топологічним λ -розширенням Брандта напівгрупи (S, τ)* у класі Ω . Якщо Ω співпадає з класом усіх топологічних напівгруп, то топологічна напівгрупа $(B_\lambda(S), \tau_B)$ називається *топологічним λ -розширенням Брандта напівгрупи (S, τ)* .

Нагадаємо [3], що топологічний простір X називається *псевдокомпактним*, якщо кожна локально скінченна підмножина в X є скінченною.

Теорема 1. Кожна цілком 0-проста псевдокомпактна топологічна інверсна напівгрупа S є топологічним λ -розширенням Брандта $B_\lambda(G)$ псевдокомпактної топологічної групи G для деякого скінченного кардинала λ у класі топологічних інверсних напівгруп.

У [6] Комфорт і Росс довели, що Стоун-Чехівська компактифікація псевдокомпактної топологічної групи є топологічною групою. Наступна теорема є аналогом теореми Комфорта-Росса:

Теорема 2. Нехай S - цілком 0-проста псевдокомпактна топологічна інверсна напівгрупа. Тоді на Стоун-Чехівській компактифікації βS існує структура цілком 0-простої топологічної інверсної напівгрупи, при цьому відображення вкладення напівгрупи S у βS є гомеоморфізмом "в".

Наслідок 1. Кожна цілком 0-проста псевдокомпактна топологічна інверсна напівгрупа є щільною піднапівгрупою 0-простої компактної топологічної інверсної напівгрупи.

1. Гутік О. В. Про напівгрупу Гауї // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 1999. – **42**, №4. – С. 127-132.
2. Гутік О. В., Павлик К. П. Н-замкнені топологічні напівгрупи та λ -розширення Брандта // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2001. – **44**, №3. – С. 20-28.
3. *Энгелькинг Р.* Общая топология. - М.: Мир, 1986. – 752 с.
4. *Carruth J. H., Hildebrandt J. A., Koch R. J.* The Theory of Topological Semigroups. - New York: Marcell Dekker, Inc., Vol. 1. - 1983.- 244 p.; Vol. 2. - 1986. – 196 p.
5. *Clifford A. H., Preston G. B.* The algebraic theory of semigroups. – Providence: Amer. Math. Soc., 1961. – Vol. 1. – 288 p.; 1972. – Vol. 2. – 424 p.
6. *Comfort W. W., Ross R. A.* Pseudocompactness and uniform continuity of topological groups // *Pacific J. Math.* – 1966. – **16**. – P. 483-496.

ON PSEUDOCOMPACT TOPOLOGICAL INVERSE BRANDT SEMIGROUPS

The structure of pseudocompact completely 0-simple topological inverse semigroups is described.