**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів**

УДК 517.95

ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ У ПАРАБОЛІЧНОМУ РІВНЯННІ З ВИРОДЖЕННЯМ

Гузик Н. М.

Львівський національний університет імені Івана Франка, hryntsiv@ukr.net

В області $Q_T = \{(x,t): 0 < x < h, 0 < t < T\}$ розглядається обернена задача одночасного визначення двох залежних від часу коефіцієнтів $a = a(t)$ та $b = b(t)$ у параболічному рівнянні

$$u_t = a(t)t^{\beta}u_{xx} + b(t)u_x + c(x,t)u + f(t,x) \tag{1}$$

з початковою умовою

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad x \in [0,h], \tag{2}$$

крайовими умовами та умовами перевизначення вигляду

$$u_x(0,t) = \mu_1(t), \quad u_x(h,t) = \mu_2(t), \quad t \in [0,T], \tag{3}$$

$$u(0,t) = \mu_3(t), \quad u(h,t) = \mu_4(t), \quad t \in [0,T], \tag{4}$$

Досліджується випадок слабкого степеневого виродження, коли $0 < \beta < 1$.

За допомогою функції Гріна другої крайової задачі для рівняння теплопровідності пряма задача (1)-(3) зводиться до системи інтегральних рівнянь відносно невідомих $u = u(x,t)$, $v = u_x(x,t)$, $w = u_{xx}(x,t)$. Ще два рівняння відносно невідомих коефіцієнтів $a = a(t)$ та $b = b(t)$ знаходимо, використовуючи умови (4) та рівняння (1). До отриманої системи рівнянь застосовуємо теорему Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора. Умови існування розв'язку задачі (1)-(4) містяться у теоремі 1.

Теорема 1. *Нехай виконуються умови*

B1) $\varphi \in C^{2+\gamma}[0,h], \quad \mu_i \in C^{1+\frac{\gamma}{2}}[0,T],\ i = \overline{1,4}, \quad c, f \in C^{1+\gamma,\frac{\gamma}{2}}[0,T],$ *де* $0 < \gamma < 1$;

B2) $\varphi''(x) > 0,\ x \in [0,h], \quad \mu_2(t) - \mu_1(t) > 0,$

$A_0 t^{\beta} \le (\mu_4'(t) - c(h,t)\mu_4(t) - f(h,t))\mu_1(t) - (\mu_3'(t) - c(0,t)\mu_3(t) - f(0,t))\mu_2(t) \le A_1 t^{\beta},$

де A_0, A_1 *– додатні сталі;*

B3) $\varphi(0) = \mu_3(0), \varphi(h) = \mu_4(0), \varphi'(0) = \mu_1(0), \varphi'(h) = \mu_2(0).$

Тоді можна вказати таке число $T_0, 0 < T_0 \le T$, *що існує розв'язок* (a,b,u) *задачі* (1)-(4) *з класу* $(H^{\frac{\gamma}{2}}[0,T])^2 \times H^{2+\gamma, 1+\frac{\gamma}{2}}(\bar{Q}_T)$ $a(t) > 0, \quad t \in [0,T]$ *при* $(x,t) \in [0,h] \times [0,T_0]$.

Доведення єдиності розв'язку задачі (1)-(4) проводиться від супротивного і зводиться до встановлення інтегровності ядер систем однорідних інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду. На відміну від теореми існування, теорема єдиності доводиться для всього часового проміжку.

Теорема 2. *Нехай виконується умова*

$$\left(\mu_4'(t) - c(h,t)\mu_4(t) - f(h,t)\right)\mu_1(t) - \left(\mu_3'(t) - c(0,t)\mu_3(t) - f(0,t)\right)\mu_2(t) = F(t)t^{\beta},$$

де $F(t) \ne 0, \quad t \in [0,T]$. *Тоді розв'язок задачі (1)-(4) єдиний.*

AN INVERSE PROBLEM FOR IDENTIFICATION OF THE COEFFICIENTS IN A DEGENERATE PARABOLIC EQUATION

We consider the inverse problem of simultaneous determination of the time-dependent leading and lower coefficients in a one-dimensional degenerate parabolic equation. We establish existence of the solution over some time interval whose length is determined by the known values whereas uniqueness of the solution holds globally. We investigate the case of weak power degeneration.