

ON SOME PRESENTATIONS OF THE SOLUTIONS OF TRANSPORT OPERATOR WITH PRESCRIBED REAL EIGENVALUE

Ivasyk G. V.

Lviv Polytechnic National University, Ivasyk-G@yandex.ru

For some transport equation

$$-i\mu \frac{\partial f}{\partial x}(x, \mu) + c_0(x) \int_{-1}^1 b(\mu') f(x, \mu') d\mu' = \sigma f(x, \mu), \quad -\infty < x < \infty, \quad (1)$$

where σ is a given real value we study the existence of its solution. Our aim is to indicate the parameters $c_0(x)$, $b(\mu)$ such that the solution of the equation (1) belongs to the space $L_p^2(-\infty, \infty)$, $\rho(x) = e^{-|x|}$ for given real number σ . We consider $f(x, \mu)$ for every $\mu = const$ as an element of some space of type $L_p^2(-\infty, \infty)$.

The method of construction of the solution consists in representation of the solution as following series

$$f(x, \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(x) \mu^k. \quad (2)$$

This method consists in searching for the function $f_0(x)$ and $b(\mu)$ such that the series (2) converge and the equality

$$c_0(x) \sum_{k=0}^{\infty} \beta_k f_k(x) = \sigma f_0(x), \quad (3)$$

where $\beta_k = \int_{-1}^1 b(\mu) \mu^k d\mu$, $k = 0, 1, \dots$ permits to define the function $c_0(x)$.

Theorem. Let $\sigma \neq 0$ be arbitrary complex value and the coefficients $c_0(x)$, $b(\mu)$ of the equation (1) are arbitrary functions which satisfy the relations (1)-(3),

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів**

where $f_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k H_k(x)$, $-\infty < x < \infty$ and the coefficients α_k satisfy the condition

$$|\alpha_k| 2^k k! \leq M \cdot A^k, \quad k = 1, 2, \dots, M = \text{const}, M > 0, 0 < A < \min\{1, |\sigma|\}.$$

Then the function $f(x, \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\sum_{r=0}^{\infty} \left(\frac{\mu}{i\sigma} \right)^r \alpha_k^{(r)} \right) H_k(x)$ is a solution of the

equation (1), where $\alpha_k^{(r)} = 2^r (k+r)(k+r-1)\dots(k-1)\alpha_{k+r}$. The solution $f(x, \mu)$ as a function on x for every $\mu \in (-1, 1)$ belongs to the space $L^2_{\rho}(-\infty, \infty)$ with

$$\rho(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right).$$

1. Івасик Г. В. Спектральний розклад для транспортного оператора. (Spectral decomposition for some transport operator), Східно-Європейський журнал передових технологій. (<http://jet.com.ua>), 1 / 4 (55), 2012, 10-14. (English).

**ПРО ДЕЯКІ ПРЕДСТАВЛЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ
ТРАНСПОРТНОГО ОПЕРАТОРА
ІЗ ЗАДАНИМИ ДІЙСНИМИ ВЛАСНИМИ ЗНАЧЕННЯМИ**

Розглянуто різні подання розв'язків транспортного рівняння із заданими дійсними власними значеннями.