

ВЗАЄМОДІЯ БЕРЕГІВ ЗІРЧАСТОЇ ТРІЩИНИ У ПЛАСТИНІ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ ПІД ЧАС ЗГИНУ ЗОСЕРЕДЖЕНОЮ СИЛОЮ

Маковійчук М. В.

Івано-Франківський відділ ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України,
makoviy@ua.fm

Розглянемо нескінченну ізотропну пластину завтовшки $2h$, що підкріплена пружною основою Вінклера і містить наскрізну зірчасту тріщину (систему N розрізів завдовжки l , що радіально виходять із однієї спільної вершини й утворюють однакові кути $2\pi/N$). У центрі зірчастого розрізу терпендикулярно до пластини прикладено зосереджену силу P . Решта поверхонь пластини вільна від навантаження. Дослідимо вплив пружної основи та контактної взаємодії берегів тріщини на напружений стан та граничну рівновагу пластини.

Введемо систему декартових координат $Oxuz$ з початком у центрі зірчастого розрізу та віссю абсцис уздовж однієї з його ділянок. Пружну рівновагу поза дефектом опишемо класичним рівнянням згину пластин на вінклеровій основі та плоского напруженого стану:

$$D\Delta\Delta w + kw = 0, \quad \Delta\Delta\phi = 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2 / L. \quad (1)$$

Тут ϕ – функція напружень, w – прогин пластини; $D = 2Eh^3 / (3(1-\nu^2))$, E і ν – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона її матеріалу; k – коефіцієнт жорсткості основи; Δ – оператор Лапласа; $L = \bigcup_{k=0}^{N-1} L_k$ – сукупність розрізів.

Сформулюємо взаємозв'язані крайові умови задачі на зірчастому розрізі з урахуванням взаємодії його країв. За циклічної симетрії такі умови достатньо записати тільки на одній ділянці дефекту, наприклад, на відрізку $L_0 = (0, l)$, що належить осі абсцис [1]:

$$[u_y] = h |[\theta_y]| \geq 0, \quad M_y = hN_y \operatorname{sgn}[\theta_y], \quad N_y \leq 0, \quad (x, y) \in L_0. \quad (2)$$

На безмежності напруження відсутні:

$$N_x = N_{xy} = N_y = 0; \quad M_x = M_{xy} = M_y = 0; \quad Q_x^* = Q_y^* = 0, \quad (x, y) \rightarrow \infty. \quad (3)$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів**

Тут $[u_y]$, $[\theta_y]$ – розриви переміщень і кута повороту нормалі; N_{ij} – мембранні сили, M_{ij} – моменти, Q_i^* – узагальнені поперечні сили.

Для побудови розв'язку сформульованої задачі використано метод сингулярних інтегральних рівнянь. Для розрізів, що перебувають в однакових умовах, інтегральні вирази згасаючих на безмежності сил та моментів через похідні від стрибків переміщення і кута повороту мають вигляд:

$$N_y(x,0) = \frac{B}{4\pi} \int_0^l K_{11}(\xi, x) [u_y]'(\xi) d\xi, \quad M_y(x,0) = M_y^0(x,0) - \frac{D}{4\pi} \int_0^l K_{33}(\xi, x) [\theta_y]'(\xi) d\xi. \quad (4)$$

В інтегральних поданнях (4) момент $M_y^0(x,0)$, що відповідає основному напруженому стану та ядра $K_{ii}(\xi, x)$ виражаються через функції Кельвіна.

Підставляючи інтегральні подання (4) у крайові умови (2) та виключаючи $[u_y]$, отримали інтегральне рівняння задачі на визначення знако-сталого за припущенням стрибка повороту нормалі. У випадку неврахування контакту берегів, слід розв'язати перше рівняння (1) з класичною крайовою умовою $M_y = 0$ на розрізі та з умовами (3) на безмежності.

Числові розв'язки задач з урахуванням та без урахування контакту отримано методом квадратур. За знайденими стрибками переміщень та кутів повороту нормалі підраховано коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів в околі вершин дефекту та розподіл контактної реакції по довжині розрізів. Із енергетичного критерію руйнування при комбінованому розтягу-згині встановлено граничне навантаження, при якому розпочинається поширення тріщини. Для різної кількості віток тріщини побудовано графічні залежності отриманих результатів від параметра жорсткості основи.

1. *Шацький І. П., Маковіичук М. В.* Контактна взаємодія берегів тріщини під час згину пластини на пружній основі // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2003. – 39, № 3. – С. 59–62.

**INTERACTION OF EDGES OF STAR-SHAPED CRACK IN A PLATE
ON ELASTIC FOUNDATION DURING BENDING
BY CONCENTRATED FORCE**

The problem of closure of star-shaped crack under bending of plate on elastic foundation by point force within two-dimensional statement has been considered. The influence of cracks edges contact, rigidity of elastic foundation and number of rays of star-shaped crack on the strain-stress state of plate has been investigated.