**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів**

УДК 517.98

УЗАГАЛЬНЕНІ ФУНКЦІЇ ВІД ГЕНЕРАТОРІВ ГРУП ІЗОМЕТРИЧНИХ ОПЕРАТОРІВ НА АЛГЕБРАХ ТИПУ ВІНЕРА

М'яус О. М.

Національний університет «Львівська політехніка», myausolya@mail.ru

Нехай $L_1^{(m.a)}(R) = \{\varphi: \|\varphi\|_{L_1^{(m.a)}(R)} = \int_{-\infty}^{\infty} |t^m \omega(at)\varphi(t)|\, dt < \infty, \quad m=0,1,2,\ldots,$ $a>0$, де $\omega(t)$ $(-\infty < t < \infty) -$ ціла трансцендентна функція нульового роду, корені якої лежать на уявній додатній півосі: $\omega(t) = C\prod_{k=1}^{\infty}(1 - \frac{t}{it_k})$, C=const, $C \geq 1$, $0 < t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq \cdots, \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{t_k} < \infty$;

$E_\nu^{(m,a)} := \left\{ \varphi \epsilon \ L_1^{(m.a)}(R) \middle| \|\varphi\|_{E_\nu^{(m.a)}} = \sup_{k \in Z_+} \frac{\|D^k\varphi\|_{L_1^{(m,a)}(R)}}{\nu^k} < \infty \right\}$ – простір цілих аналітичних комплексних функцій експоненціального типу ν, $E^{(m.a)} := \bigcup_\nu E_\nu^{(m,a)} = \lim_{\nu\to\infty} ind\, E_\nu^{(m,a)}$, $E := \bigcap_{m.a} E^{(m,a)} = \lim_{m,a} pr\, E^{(m,a)}$.

За теоремою Пелі-Вінера Фур'є-образ $\hat{E}$ простору E складається з нескінченно диференційованих фінітних комплексних функцій на R.

Нехай $W_\Pi(B)$ – банахова алгебра обмежених аналітичних функцій на одиничній кулі $B = [x \in X| \ \|x\| < 1\}$ [1], $R \ni t \to U_t \epsilon L(X) - \ C_0 -$ група лінійних ізометричних операторів. Тоді на $W_\Pi(B)$ визначена $C_0 -$ група ізометричних операторів $\widehat{U}_t\, F(x) = F(U_t x)$, $x \epsilon B$, $F \epsilon W_\Pi(B)$. Нехай A – генератор групи U_t, $\hat{A} -$ генератор групи $\widehat{U}_t$ $(t \in R)$.

Для кожної $\varphi \,\epsilon\, E$ визначаємо обмежений на X оператор $\hat{\varphi}(A) = \int_R U_t\varphi(t)dt$ та оператор $\hat{\varphi}(\hat{A})$, який належить до банахової алгебри $L(W_\Pi)$ всіх обмежених лінійних операторів на W_Π. Досліджені властивості введених операторів. Одержано диференціальні властивості, яких немає в класичному функціональному численні.

Визначимо поповнення $E(W_\Pi) := E \otimes_\Pi W_\Pi$ тензорного добутку $E \otimes W_\Pi$ з проективною тензорною нормою. Позначимо через $L[\hat{E}(W_\Pi)]$ алгебру всіх обмежених лінійних операторів на просторі $\hat{E}(W_\Pi)$ з сильною операторною топологією.

Кожний елемент $F \in E(W_\Pi)$ є W_Π-значна ціла функція експоненціального типу

$R \ni t \to F(x,t) = \sum_{j\in Z_+} F_j\,(x,t) = \sum_{j\in Z_+} F_j\,(x) \otimes \varphi_j(t),\ F_j \in W_\Pi,\ \varphi_j \in E,$ яка також є комплексною аналітичною функцією $x \in B$ для кожного фіксованого t , ці ряди абсолютно збігаються в $E(W_\Pi)$.

Визначаємо елементи $\widehat{F} := \{\sum_{j\in Z_+} \widehat{\varphi}_j\,(\widehat{A})\,F_j\colon\ \varphi_j \in E\}$, де $\widehat{\varphi}_j(\widehat{A})$ – не залежать від зображень F, а для $g \in E'$ – лінійний оператор $\hat{g}(\hat{A})$ визначається формулою

$$\hat{g}\big(\hat{A}\big):\ \hat{E}(W_\Pi) \ni \widehat{F} = \sum_{j\in Z_+} \widehat{\varphi}_j\,(\widehat{A})\,F_j \to \hat{g}(\hat{A})\widehat{F},$$
$$\hat{g}(\hat{A})\widehat{F} := \sum_{j\in Z_+} (\widehat{g * \varphi_j})\,(\widehat{A})F_j \in \hat{E}(W_\Pi).$$

Теорема. *Відображення* $\widehat{E'} \ni \hat{g} \to \hat{g}\big(\hat{A}\big) \in L\big[\hat{E}(W_\Pi)\big]$ *є неперервним гомоморфізмом алгебри* $\widehat{E'}$ *на* $L\big[\hat{E}(W_\Pi)\big]$ *. Для довільної* $g \in E'$

$$(\widehat{D^k g})(\hat{A}) = \widehat{A^k} \circ \hat{g}\big(\hat{A}\big)\,,\ k = 1,2,\ldots,$$

де похідна Dg *узагальненої функції* g *визначена формулою*

$$\langle \varphi | D^k g\rangle = (-1)^k \langle D^k\,\varphi | g\rangle, \qquad k \in Z_+$$

1. *Bednarz A.* Exponential Type Vectors in Wiener algebras on a Banach ball // Opuscula Matematica. – 2008. – Vol. 28, № 1 – P. 5-17.

DENERALIZED FUNCTIONS OF GENERATORS ISOMETRIC OPERATOR GROUPS ON WIENER TYPE ALGEBRAS

For generators of isometric strong continuous operator groups, defined on nuclear Wiener algebras of analytic complex functions on a unit Banach ball, a functional calculus is constructed. Its symbol algebra consists of Fourier-images of exponential type distributions.