**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014»,
28–30 травня 2014 р., Львів**

УДК 517.95

ЗАДАЧА ДІРІХЛЕ-НЕЙМАНА У СМУЗІ ДЛЯ ФАКТОРИЗОВАНОГО ГІПЕРБОЛІЧНОГО ОПЕРАТОРА ЗІ СТАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Репетило С. М.

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, RepetyloSofiya@gmail.com

В області $S = \left\{ (t,x) \in \mathbb{R}^2 : 0 < t < h,\ x \in \mathbb{R} \right\}$ досліджено таку задачу:

$$L\left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t,x) := \prod_{j=1}^{n} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \left(\lambda_j \frac{\partial}{\partial x} + b_j \right)^2 \right] u(t,x) = f(t,x), \qquad (1)$$

$$\left. \frac{\partial^{2r-2} u}{\partial t^{2r-2}} \right|_{t=0} = \varphi_r(x), \quad \left. \frac{\partial^{2r-1} u}{\partial t^{2r-1}} \right|_{t=h} = \varphi_{n+r}(x), \quad r \in \{1, \ldots, n\}, \qquad (2)$$

де $b_j \in \mathbb{R}$, $\lambda_j > 0$, $\lambda_j \neq \lambda_l$, $j,l \in \{1,\ldots,n\}$, $j \neq l$.

Введемо такі позначення: $\gamma_j = b_j + \nu\lambda_j$, $j \in \{1,\ldots,n\}$, ν – деякий параметр, $\nu \in \mathbb{C}$; $B = \min\limits_{j \in \{1,\ldots,n\}} \left\{ b_j^2 \right\}$, $\Lambda = \max\limits_{j \in \{1,\ldots,n\}} \left\{ \lambda_j \right\}$, $j \in \{1,\ldots,n\}$; $A_{1,d}$ – клас цілих функцій, порядок яких не перевищує одиниці, причому функції першого порядку мають тип менший, ніж d, $d > 0$; K_L – клас квазіполіномів вигляду $\varphi(x) = \sum_{j=1}^{m} Q_j(x) \exp[\alpha_j x]$, де $\alpha_j \in L \subseteq \mathbb{C}$, $\alpha_j \neq \alpha_k$ для $j \neq k$, $j,k \in \{1,\ldots,m\}$, $m \in \mathbb{N}$, $Q_j(x)$, $j \in \{1,\ldots,m\}$, – поліноми; A_d^M, $M \subset \mathbb{C}$, – клас цілих функцій $g(t,x)$, які для кожного фіксованого $t \in [0,h]$ належать класу $A_{1,d} \cup K_{\mathbb{C}\setminus M}$.

Знайдено класи однозначної розв'язності задачі (1), (2) і за допомогою диференціально-символьного методу [1] побудовано її розв'язок.

Теорема. *Нехай* $\varphi_r \in A_{1,d} \cup K_{\mathbb{C}\setminus M}$, $r \in \{1,\ldots,2n\}$, $f \in A_d^M$, *де*

$$d = \min\{d_1, d_2\}, \qquad d_1 = \frac{\sqrt{\pi^2 + 4h^2 B}}{2h\Lambda}, \qquad d_2 = \min_{s,l \in \{1,\ldots,n\}} \left\{ -\frac{b_s + b_l}{\lambda_s + \lambda_l}, \frac{b_s - b_l}{\lambda_s - \lambda_l} \right\},$$

$M = M_1 \cup M_2$,

$M_1 = \left\{ \left(-2b_l h + i\pi(2m+1)\right) / \left(2\lambda_l h\right),\ m \in \mathbb{Z},\ i = \sqrt{-1},\ l \in \{1,\ldots,n\} \right\}$,

$M_2 = \left\{ -\left(b_s + b_l\right) / \left(\lambda_s + \lambda_l\right),\ \left(b_s - b_l\right) / \left(\lambda_s - \lambda_l\right),\ s,l \in \{1,\ldots,n\} \right\}$. *Тоді у класі* A_d^M *існує єдиний розв'язок задачі (1), (2), який можна подати у вигляді*

$$u(t,x) = \sum_{j=1}^{2n} \varphi_j\left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right)\left\{\tilde{T}_j(t,\nu)\exp[\nu x]\right\}\Big|_{\nu=0} + f\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{\partial}{\partial \nu}\right)\left\{F(t,\lambda,\nu)\exp[\nu x]\right\}\Big|_{\substack{\lambda=0,\\ \nu=0}},$$

$$\tilde{T}_j(t,\nu) = \sum_{l=1}^{n} \frac{(-1)^{n+j} S_{n-j}^{(l)} \operatorname{ch}\left[\gamma_l(h-t)\right]}{\operatorname{ch}[\gamma_l h] \prod\limits_{s=1, s\neq l}^{n} (\gamma_l^2 - \gamma_s^2)},\ \tilde{T}_{n+j}(t,\nu) = \sum_{l=1}^{n} \frac{(-1)^{n+j} S_{n-j}^{(l)} \operatorname{sh}[\gamma_l t]}{\gamma_l \operatorname{ch}[\gamma_l h] \prod\limits_{s=1, s\neq l}^{n} (\gamma_l^2 - \gamma_s^2)},$$

$j \in \{1,\ldots,2n\}$, $S_q^{(l)}$ – сума всіх можливих добутків елементів $\gamma_1^2,\ldots,\gamma_{l-1}^2$, $\gamma_{l+1}^2,\ldots,\gamma_n^2$, узятих по $q \geq 1$ штук у кожному добутку; $S_0^{(l)} \equiv 1$, $l \in \{1,\ldots,n\}$;

$$F(t,\lambda,\nu) = \frac{\exp[\lambda t] - \sum_{j=1}^{n} \lambda^{2j-2} \tilde{T}_j(t,\nu)(t,\nu) - \exp[\lambda h] \sum_{j=1}^{n} \lambda^{2j-1} \tilde{T}_{n+j}(t,\nu)(t,\nu)}{L(\lambda,\nu)}.$$

Однозначну розв'язність задачі (1), (2) за умови періодичності або майже періодичності шуканого розв'язку за просторовою координатою досліджено у праці [2].

1. *Каленюк П. І., Нитребич З. М.* Узагальнена схема відокремлення змінних. Диференціально-символьний метод. – Львів: Вид-во НУ "Львівська політехніка", 2002. – 292 с.
2. *Пташник Б. Й., Репетило С. М.* Задача Діріхле-Неймана у смузі для гіперболічних рівнянь зі сталими коефіцієнтами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2013. – **56**, № 3. – С. 15–28.

DIRICHLET-NEUMANN PROBLEM IN A STRIP FOR FACTORIZED HYPERBOLIC OPERATOR WITH CONSTANT COEFFICIENTS

The classes of the unique solvability of the problem with Dirichlet-Neumann conditions with respect to time variable for factorized hyperbolic operator with constant coefficients in a strip are found. Using the differential-symbol method the solution of the problem is constructed in the form of action of differential expressions (in general of infinite order), whose symbols are right-hand sides of the Dirichlet-Neumann conditions and equation, onto some meromorphic functions of the parameters.