

## ЕЛЕМЕНТАРНА РЕДУКЦІЯ МАТРИЦЬ НАД НАПІВСПАДКОВИМИ ДУО-КІЛЬЦЯМИ

Саган А. В.

*Львівський національний університет імені Івана Франка,  
andrijsagan@gmail.com*

Під кільцем розуміємо асоціативне кільце з одиницею відмінною від нуля. У цій роботі, через  $UT_n(\mathbf{R})$  позначено множину унітрикутних матриць  $n$ -го порядку над кільцем  $\mathbf{R}$ , через  $E_n(\mathbf{R})$  – групу матриць  $n$ -го порядку над кільцем  $\mathbf{R}$ , відмінних від одиничної наявністю деякого ненульового елемента поза головною діагоналлю. Під  $GE_n(\mathbf{R})$  розумітимемо групу елементарних матриць  $n$ -го порядку над кільцем  $\mathbf{R}$ . Кільце  $\mathbf{R}$  називається напівспадковим, якщо будь-який скінченно-породжений ідеал є проєктивним. Всі інші необхідні означення можна знайти в роботах [1, 2, 3].

**Лема 1:** *Будь-яка матриця з  $UT_n(\mathbf{R})$  належить  $E_n(\mathbf{R})$ .*

**Лема 2:** *Будь-яка матриця з  $diag(\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n)$  з  $SL_n(\mathbf{R})$  належить  $GE_n(\mathbf{R})$ .*

**Теорема 1:** Нехай  $\mathbf{R}$  – напівспадкове дуо-кільце. Тоді наступні властивості є еквівалентними:

1.  $\mathbf{R}$  – квазі-евклідове кільце;
2.  $\mathbf{R}$  – кільце Безу і  $GE_2(\mathbf{R}) = SL_2(\mathbf{R})$ ;
3.  $\mathbf{R}$  – кільце Безу і для всіх  $n \in \mathbb{N}$ ,  $GE_n(\mathbf{R}) = SL_n(\mathbf{R})$ .

1. *Bougaut B.* Anneaux Quasi-Eclideans. These de Docteur Troisieme Cycle. – 1976. – 67 p.
2. *Larsen M., Lewis W., Shores T.* Elementary divisor rings and finitely presented modules // Trans. Amer. Math. Soc. – 1974. – Vol. 187, No 1. – P. 231-248.
3. *Zabavsky B. V., Romaniv O. M.* Rings with elementary matrix reduction // Ukr. Mat. Journal. – 2000. – Vol. 52, No 12. – P. 1641-1649.

### ELEMENTARY REDUCTION OF MATRICES OVER SEMIHEREDITARY DUO-RINGS

*We study rings with elementary reduction of matrices and quasi-euclidean rings.*