

ТЕМПЕРАТУРНІ НАПРУЖЕННЯ ТА ПЕРЕМІЩЕННЯ У ПРУЖНІЙ ПОПЕРЕЧНО-НЕОДНОРІДНІЙ ОРТОТРОПНІЙ СМУЗІ

Токовий Ю. В., Лозинський Ю. Я.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, georglozynsky@gmail.com

Проблема досягнення оптимальних показників експлуатаційних характеристик елементів інженерних конструкцій, виготовлених з неоднорідних анізотропних матеріалів, робить актуальним встановлення взаємно-однозначних співвідношень між напруженнями та переміщеннями, у тому числі на межі досліджуваних тіл. З іншого боку, підходи до розв'язування задач теорії пружності та термопружності, сформульованих в напруженнях, на нашу думку є більш перспективними, порівняно із постановкою цих задач в переміщеннях, оскільки для перших можна застосувати потужний метод безпосереднього інтегрування ключових рівнянь механіки [1]. У даній роботі в рамках вказаного методу розвинуто методику інтегрування диференціальних рівнянь суцільності Коші з метою встановлення взаємно-однозначних відповідностей між пружними переміщеннями та напруженнями на сторонах поперечно-неоднорідної ортотропної смуги за стаціонарного розподілу у ній температурного поля. При цьому використано явний розв'язок плоских задач теорії пружності та термопружності в напруженнях для вказаної області [2], коли властивості матеріалу є довільними функціями поперечної координати. Це дає можливість у єдиний спосіб розв'язувати основні задачі (з крайовими умовами у термінах напружень чи переміщень та змішаними умовами) для вказаної області.

Для реалізації методу у випадку, коли на сторонах смуги задано змішані крайові умови або лише переміщення, останні замінюємо невідомими зусиллями. Для розв'язання отриманої задачі з крайовими умовами у термінах напружень використовуємо інтегральне перетворення Фур'є за повздовжньою координатою. У результаті застосування методики [2] задачу зведено до розв'язання ключового інтегрального рівняння Вольтерри другого роду на сумарні планарні напруження з локальними крайовими та інтегральними умовами. Знайшовши розв'язок ключового рівняння за допомогою методу резольвенти, сумарні напруження знайдено у вигляді явної залежності від зовнішніх зусиль та заданого температурного поля. Компоненти тензора напружень знайдено у

Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014», 28–30 травня 2014 р., Львів

явному вигляді з використанням співвідношень між ними та сумарними планарними напруженнями, отриманих шляхом інтегрування рівнянь рівноваги. Для практичних обчислень вираз для резольвенти, який має вигляд ряду монотонно згасаючих інтегральних ядер, отриманих шляхом ітераційної процедури, обґрунтовано замінено скінченною сумою. Швидку збіжність запропонованого алгоритму визначення розв'язку забезпечують ефективне формування ядра й вільного члена ключового інтегрального рівняння.

З використанням методу інтегрування рівнянь суцільності Коші [3] встановлено вирази переміщень у неоднорідній ортотропній смугі через компоненти тензора деформації, на основі яких із використанням фізичних співвідношень між деформаціями та напруженнями знайдено вирази переміщень через невідомі зусилля. Оскільки отримані вирази не втрачають свого сенсу на межі, на їх основі нескладно знайти вирази для невідомих зусиль через задані на сторонах смуги переміщення та температурне поле. За наявності цих співвідношень розв'язки основних задач теорії пружності та термопружності для неоднорідної ортотропної смуги вдається знайти у єдиний спосіб. Попри вказані фундаментальні співвідношення, запропонована методика дає змогу отримати інтегродиференціальне рівняння суцільності для деформацій, яке за виконання умови погодження є еквівалентне класичному диференціальному рівнянню Сен-Венана.

Роботу виконано за часткової фінансової підтримки спільного гранту НАН України та Російського Фонду Фундаментальних Досліджень (номер проекту 04-07-14).

1. *Tokovyy Y. V.* Direct integration method / in R. B. Hetnarski (Ed.) Encyclopedia of Thermal Stresses. – Springer, 2014. – Vol. 2. – P. 951-960.
2. *Tokovyy Y., Ma C.-C.* An explicit-form solution to the plane elasticity and thermoelasticity problems for anisotropic and inhomogeneous solids // Int. J. Solids Structures. – 2009. – **46**, № 21. – P. 3850-3859.
3. *Лозинський Ю. Я., Токовий Ю. В.* Співвідношення між переміщеннями та зусиллями на поздовжніх сторонах смуги // Прикл. проблеми мех. і мат. – 2011. – Вип. 9. – С. 159-163.

THERMAL STRESSES AND DISPLACEMENTS IN AN ELASTIC TRANSVERSALLY-INHOMOGENEOUS AND ORTHOTROPIC STRIP

Basing on the direct integrating method, an approach to solving the plane elasticity and thermoelasticity problems for inhomogeneous orthotropic strip with displacements or mixed boundary conditions given on its sides is developed. By making use of the one-to-one relations established between the tractions and displacements on the boundary, the problems under consideration are reduced to the corresponding problem in terms of stresses whose solution has been obtained earlier in an explicit form.

<http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2014/>