Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2014», 28–30 травня 2014 р., Львів

УДК 539.3

ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ НАПРУЖЕНЬ ПІВПРОСТОРУ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕПЛОВИХ ДЖЕРЕЛ

Єрохова О. В.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, mlleolga@gmail.com

З огляду на необхідність забезпечення надійної роботи теплонавантажених деталей та вузлів технологічного обладнання актуальною є проблема збереження у процесі експлуатації їх міцнісних характеристик та проектних функціональних властивостей.

У роботі сформульовано математичну постановку та побудовано розв'язок задачі оптимального керування за допомогою внутрішніх теплових джерел температурними напруженнями у заданому перерізі півпростору, що перебуває за умов плоского деформованого стану. Розглядається півпростір, через граничну поверхню якого здійснюється конвективний теплообмін за законом Ньютона із довкіллям.

Вибравши за функцію керування потужність внутрішніх теплових джерел, зосереджених у деякій площині $x = x_1$, паралельній до граничної, потрібно знайти таке керування $u(y,\tau)$, яке забезпечує мінімальне значення функціоналу

$$J(u) = \max_{y\in[0,\infty)} \left|\sigma(x_1, y, \tau; u) - \varphi_*(y,\tau)\right|, \ \tau \geq 0, \ x_1 = \text{const}, \tag{1}$$

де $\sigma(x_1, y, \tau; u) = \sigma_{xx}(x_1, y, \tau) + \sigma_{yy}(x_1, y, \tau)$ – сумарні температурні напруження у деякому перерізі півпростору; $\varphi_*(y,\tau)$ – заданий розподіл цих напружень; σ_{xx}, σ_{yy} – компоненти тензора напружень; x, y, τ – безрозмірні просторові координати і час.

Використовуючи співвідношення, які пов'язують сумарні напруження σ з кожною із компонент $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ [1], можна показати, що керування сумарними напруженнями σ забезпечує опосередковано керування кожною з компонент тензора напружень. Зокрема забезпечення нульового розподілу сумарних напружень σ у заданому перерізі півпростору $x = x_1$, забезпечує нульовий розподіл кожної з компонент у цьому перерізі.

Припустивши існування керування, яке забезпечує точну нижню грань критерію оптимальності (1): $\sigma\left(x_1, y, \tau; u\right) = \varphi_*\left(y, \tau\right)$, та використавши операторну залежність сумарних напружень від температурного поля [1]

$$\sigma = \frac{2(1+\nu)\alpha_T G}{(1-\nu)}\left(-T + \frac{4}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty sT(\eta,\xi,\tau)e^{-s(x+\eta)}\cos s\xi \cos sy ds d\xi d\eta \right), \quad (2)$$

а також температурного поля від факторів теплового навантаження

$$T\left(x, y, \tau\right) = \int_0^\infty G_1\left(x, y, \xi, \tau\right) t_c\left(\xi\right) d\xi + \int_0^\infty G_2\left(x, y, \xi, \tau\right) u\left(\xi, \tau\right) d\xi , \quad (3)$$

вихідна задача оптимізації зводиться до оберненої задачі термопружності [1, 2], яка описується двовимірним інтегральним рівнянням першого роду. Тут ν, α_T – коефіцієнти Пуассона та лінійного теплового розширення; R – деяка характерна довжина; $T\left(x, y, \tau\right) = (T_*(x, y, \tau) - T_0)/T_0$ – безрозмірна температура; $T_*\left(x, y, \tau\right)$ – температура; $T_0 = \text{const}$ – початковий розподіл температури; $G_i\left(i = 1, 2\right)$ – відомі функції; $t_c\left(y, \tau\right) = (t_c^*(y, \tau) - T_0)/T_0$ – безрозмірна температура оточуючого середовища; $t_c^*\left(y, \tau\right)$ – температура оточуючого середовища.

Застосувавши інтегральне перетворення Фур’є та Лапласа відповідно за просторовою координатою та часом, апроксимувавши шукану функцію лінійним сплайном за часом, побудовано наближений розв’язок отриманого рівняння. Проведено числовий аналіз поведінки знайденого розв’язку.

1. *Вигак В. М.* Управление температурными напряжениями и перемещениями. – Київ: Наукова думка, 1988. – 312 с.
2. Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / *Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра.* Т.5: Оптимізація та ідентифікація в термомеханіці неоднорідних тіл. / *Р. М. Кушнір, В. С. Попович, А. В. Ясінський* – Львів: СПОЛОМ, 2011. – 256 с.

OPTIMIZATION OF THE TEMPERATURE STRESSES WITH INTERNAL HEAT SOURCES

The paper considers the statement and the solution of the optimal control problem, with internal heat sources, the temperature stresses of boundary surfaces in the case of half plane strain condition. The original optimization problem is reduced to the inverse problem of thermoelasticity. The integral Fourier transform in spatial coordinates and linear spline approximation of desired function in time are used for the solution of the problem. The numerical analysis of the solution’s optimization problem behaviour is provided.