

ПІДБІР МАТЕРІАЛУ НЕОДНОРІДНОЇ ПОРОЖНИСТОЇ КУЛІ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ В НІЙ НУЛЬОВИХ РАДІАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ

Василь Артемюк

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Vasy118@ukr.net

Забезпечення заданих напружень у тілах простої форми є важливим при проектуванні та виготовленні елементів механічних конструкцій. У випадку однорідних оболонок для розв'язання задачі знаходження умов, за яких температурні напруження у тілі дорівнюватимуть нулеві, може бути використаний підхід, наведений Я. С. Підстригачем у [1]. Не менш важливим при проектуванні елементів конструкцій, які працюють у широкому діапазоні температур є оптимізація самого матеріалу щодо його неоднорідності для компенсації термонапружень або створення температурних полів, які б призводили до заданого розподілу напружень у конструкціях. У роботі [2] визначено температурне поле і теплові джерела, які його спричиняють, що забезпечують нульові радіальні напруження у неоднорідній порожнистій кулі. Метою цього дослідження є визначення характеристик матеріалу що забезпечують у такій кулі нульові радіальні напруження за заданих теплових навантажень.

За вихідне взято співвідношення [2]

$$T(\rho) = C / \alpha(\rho) + T_0, \quad (1)$$

що пов'язує температурне поле та фізико-механічні характеристики матеріалу. Формула (1) виражає множину температурних полів, що призводять до нульових радіальних напружень.

При підборі характеристик матеріалу за заданих теплових навантажень прийнято, що:

1) температурне поле є розв'язком задачі теплопровідності із заданими на поверхнях значеннями температури T_1 та T_2 ;

2) фізичні характеристики матеріалу розподілені за законом [3]

$$P(\rho) = (P_1 - P_2)S_1(\rho) + P_2, \quad (2)$$

де P_1 , P_2 – значення характеристик складових матеріалу, $S_1(\rho)$ – невідома концентрація однієї складової матеріалу в суміші.

Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015», 26–28 травня 2015 р., Львів

Тоді, виходячи зі співвідношення (1) та задачі теплопровідності, концентрація визначається як

$$S_1(\rho) = \frac{\alpha_2(\lambda_1 - \lambda_2)W(Y(\rho)) - \lambda_2\alpha_1 + \alpha_2\lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\alpha_1 - \alpha_2)W(Y(\rho))}, \quad (3)$$

де $W(x)$ – W-функція Ламберта [4],

$$Y(\rho) = \frac{(\lambda_2\alpha_1 - \alpha_2\lambda_1) \cdot e^{Z(\rho)}}{\lambda_1 - \lambda_2}, \quad Z(\rho) = \frac{B_2(1 - B_1) \cdot (\alpha_1 - \alpha_2)^2}{\rho(\lambda_1 - \lambda_2)}, \quad (4)$$

λ_1 , λ_2 та α_1 , α_2 – коефіцієнти теплопровідності та лінійного розширення складових двокомпонентного матеріалу відповідно. Сталі B_1 та B_2 можуть бути визначені, наприклад, з припущення, що концентрація першої складової в суміші неперервно змінюється від заданого значення S_1^1 на внутрішній поверхні кулі до деякого заданого значення S_1^2 на зовнішній поверхні.

Отримано аналітичний вираз розподілу концентрації однієї зі складових матеріалу порожнистої кулі вздовж радіуса неоднорідної порожнистої кулі через вирази (3)–(4), який забезпечує в ній нульові радіальні напруження.

1. Підстригач Я. С. Вибрані праці. – Київ: Наукова думка, 1995. – 460 с.
2. Артемюк В. Ю., Калиняк Б. М. Визначення температурного поля, що забезпечує нульові радіальні напруження у неоднорідній порожнистій кулі // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2014. – Вип. 12 – С. 104 –111.
3. Shen H.-S. Functionally graded materials: Nonlinear analysis of plates and shells. – Boca Raton: CRC Press, 2009. – 266 p.
4. Дубинов А. Е., Дубинова И. Д., Сайков С. К. W-функція Ламберта и ее применение в математических задачах физики. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2006 – 160 с.

SELECTION OF THE MATERIAL OF INHOMOGENEOUS HOLLOW SPHERE FOR PROVIDING ZERO RADIAL STRESS

The case of radial stress absence, caused by selection of corresponding material characteristics, is investigated on the basis of the Voigt model of physical-mechanical characteristics in the inhomogeneous material consisting of two components.