

ТЕРМОПРУЖНІСТЬ ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Анатолій Чиж

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, chuzh_tolik@ukr.net

Виведення рівнянь термопружності для тонких оболонок наведено в роботі [1]. При цьому нехтували деякими доданками, які містили добутки кривини на товщинну координату, вважаючи їх малими вищого порядку. У результаті вирази для зусиль і моментів взагалі не залежали від кривини оболонки. В цій роботі отримано систему рівнянь термопружності і вирази для зусиль та моментів для тонкої осесиметричної циліндричної оболонки, за умови лінійного розподілу температури по товщині, в яких враховані всі доданки з кривиною.

Розглянемо осесиметричну циліндричну оболонку товщиною $2h$, радіусом R та довжиною L . З урахуванням лінійного розподілу температури по товщині

$$t(x) = T_1(x) + \frac{z}{h} T_2(x),$$

отримано стаціонарну систему рівнянь руху елемента циліндричної оболонки в переміщеннях:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\nu}{R_1} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{1}{3R_1} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - A \frac{\partial T_1}{\partial x} - \frac{A}{3R_1} \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0, \\ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{3}{2R_1} w \ln \frac{R_1 + 1}{R_1 - 1} - \frac{1}{R_1} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{3\nu}{R_1} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{3}{R_1} A T_1 + A \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{A}{R_1} \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = 0, \end{cases}$$

де u , v , w – компоненти переміщень; $R_1 = R/h$ – віднесений до півтовщини радіус оболонки; $A = \alpha_t(1+\nu)h$; $x = \alpha/h$, α – змінюється вздовж твірної серединної поверхні оболонки.

Система рівнянь руху разом із стаціонарною системою рівнянь теплопровідності, яка отримана в [3], становлять повну систему рівнянь термопружності

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

тонких осесиметричних циліндричних оболонок, за умови лінійного розподілу температури по товщині.

Співвідношення, які виражають компоненти зусиль і моментів через переміщення, такі:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1 = D_1 \left[\frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{\nu}{R} w - \frac{h^2}{3R} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} - \alpha_t (1+\nu) T_1 - \alpha_t (1+\nu) \frac{h}{3R} T_2 \right], \\ N_2 = D_1 \left[\nu \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{w}{2h} \ln \frac{R+h}{R-h} - \frac{h^2}{3R} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} - \alpha_t (1+\nu) T_1 \right], \\ M_1 = D_2 \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \alpha} - \alpha_t (1+\nu) \frac{T_2}{h} - \alpha_t (1+\nu) \frac{T_1}{R} \right], \\ M_2 = D_2 \left[\frac{3}{2h^3} w \left(2h - R \ln \frac{R+h}{R-h} \right) - \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} - \alpha_t (1+\nu) \frac{T_2}{h} \right], \\ S_{12} = \frac{Eh}{1+\nu} \frac{\partial v}{\partial \alpha}, \\ H_{12} = \frac{1}{2} \frac{Eh^3}{1+\nu} \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \alpha}, \end{array} \right.$$

$$\text{де } D_1 = \frac{2Eh}{1-\nu^2}, \quad D_2 = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}.$$

1. *Подстригач Я. С., Швець Р.Н.* Термоупругость тонких оболочек. – Киев: Наукова думка, 1978. – 344 с.
2. *Боли Б., Уйнер Дж.* Теория температурных напряжений. – М.: Мир, 1964. – 517 с.
3. *Чиж А.* Система рівнянь теплопровідності для циліндричної оболонки. – IX Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур». Наукові праці. – Львів, 2014. – 169. – 171 с.

THERMOELASTICITY OF AXISYMMETRIC CYLINDRICAL SHELL

The system of differential equations of thermoelasticity for an axisymmetric cylindrical shell in the case of a linear temperature distribution in thickness is obtained.