

ГЛОБАЛЬНА КЛАСИЧНА РОЗВ'ЯЗНІСТЬ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ ЗЛІЧЕННОЇ ГІПЕРБОЛІЧНОЇ СИСТЕМИ КВАЗІЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ З ОДНАКОВОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ

Тарас Фірман

Львівський національний університет ім. І. Франка, tarasfirman91@ukr.net

У багатьох прикладних задачах, зокрема, фізики, біології, економіки [1, 2], при математичному моделюванні певних процесів, виникає ситуація, коли основна система диференціальних рівнянь має спільний для усіх рівнянь множник.

Отож, нехай у смузі $G = \{(x, t) : x \in (-\infty, +\infty), t \in (0, T)\}$ задано зліченну гіперболічну систему диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \lambda(x, t, u_1, u_2, \dots) \frac{\partial u_i}{\partial x} = f_i(x, t, u_1, u_2, \dots), \quad i \in \{1, 2, \dots\}, \quad (1)$$

з початковою умовою

$$u_i(x, 0) = g_i(x), \quad i \in \{1, 2, \dots\}, \quad (2)$$

де $g_i(x)$, $f_i(x, t, u_1, u_2, \dots)$, $\lambda(x, t, u_1, u_2, \dots)$ – деякі відомі скалярні функції, причому функція $\lambda(x, t, u_1, u_2, \dots)$ спільна для всіх рівнянь.

Рівняння характеристики $\varphi(\xi; t)$ системи (1) буде розв'язком задачі Коші

$$\frac{\partial \varphi(\xi; t)}{\partial t} = \lambda(\varphi(\xi; t), t, u_1(\varphi(\xi; t), t), u_2(\varphi(\xi; t), t), \dots), \quad (3)$$

з початковою умовою

$$\varphi(\xi; 0) = \xi. \quad (4)$$

Проінтегрувавши одночасно кожне рівняння системи (1) вздовж $\varphi(\xi; t)$ і рівняння (3) на відрізку $[0, t]$, з врахуванням початкових умов (2), (4), одержимо систему інтегро-функціональних рівнянь

$$\begin{cases} \varphi(\xi; t) = \xi + \int_0^t \lambda(\varphi(\xi; s), s, u_1(\varphi(\xi; s), s), u_2(\varphi(\xi; s), s), \dots) ds, \\ u_i(\varphi(\xi; t), t) = g_i(\xi) + \int_0^t f_i(\varphi(\xi; s), s, u_1(\varphi(\xi; s), s), u_2(\varphi(\xi; s), s), \dots) ds, \end{cases} \quad i \in \{1, 2, \dots\}.$$

За деяких припущень на гладкість, обмеженість та монотонність вихідних даних задачі (1), (2), використовуючи теорему Банаха про нерухому точку та методику, наведену в [1, 3], доведено її класичну глобальну розв'язність.

1. *D'Acunto B., Frunzo L.* Free boundary problem for an initial cell layer in multispecies biofilm formation // *Appl. Math. Lett.* – 2012. – № 25 (1). – P. 20–26.
2. *Козицький В. А., Лавренюк С. П., Оліскевич М. О.* Основи математичної економіки. Теорія споживання. – Львів: Піраміда, 2004. – 264 с.
3. *Мышкис А. Д., Филимонов А. М.* Непрерывные решения квазилинейных гиперболических систем с двумя независимыми переменными // *Дифференциальные уравнения.* – 1981. – № ХУП (3). – С. 488–500.

GLOBAL CLASSIC SOLVABILITY FOR COUNTABLE SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH ONE CHARACTERISTIC

Using the Banach's theorem about contraction mapping, global classical solvability of the Cauchy problem for countable hyperbolic system of quasi-linear differential equations in the space of uniformly bounded functions has been proved.