

ТЕРМОПРУЖНИЙ СТАН ТРИСКЛАДОВОГО ТЕРМОЧУТЛИВОГО СТЕРЖНЯ ЗА ВРАХУВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ ТА ДІЇ ДЖЕРЕЛА ТЕПЛА

Борис Процюк, Олег Горун

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАНУ,
dept19@iapmm.lviv.ua, oleggorun@gmail.com

Розглянемо віднесений до циліндричної системи координат r, φ, z півбезмежний термочутливий трискладовий стержень ($-\infty < z \leq z_3$), який перебуває під дією джерела тепла $w_t(z, \tau)$. На поверхнях поділу $z = z_1 = 0$ та $z = z_2$ виконуються умови ідеального термомеханічного контакту, а поверхня $r = R$ є теплоізолюваною та гладко закріпленою (відсутні радіальні переміщення і дотичні напруження). Через обмежуючу поверхню $z = z_3$, на якій відсутні нормальні та дотичні напруження, відбувається конвективно-променевий теплообмін з середовищем зі змінною температурою $t_c(\tau)$.

Для визначення температурного поля використано перетворення Кірхгофа, узагальнені функції та функцію Гріна $G(z, \zeta, \tau)$ нестационарної лінійної задачі теплопровідності для трискладового простору [1]. Для змінної Кірхгофа, за припущення, що коефіцієнти теплопровідності лінійно залежать від температури $\lambda_t^{(i)}(t_i) = \lambda_{0,i}(1 + \beta_i t_i)$, коефіцієнти об'ємної теплоємності мають вигляд $c_V^{(i)}(t_i) = c_{0,i} c_i(t_i)$ ($i = 1, 2, 3$), а коефіцієнти температуропровідності є сталими в межах кожної області, отримано таке інтегральне подання:

$$\begin{aligned} \theta(z, \tau) = & \sum_{j=1}^2 \lambda_{0,j+1} \int_0^\tau \frac{\partial G(z, \zeta, \tau - \tau')}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=z_j+0} F_{j+1}(\tau') d\tau' - \\ & - \int_0^\tau \left\{ G(z, \zeta, \tau - \tau') \left[\varepsilon \sigma (T(\theta^*) - T(t_c)) + \alpha(\tau') (\theta^* - t_c(\tau')) \right] + \right. \\ & \left. + \lambda_{0,3} \theta(z, \tau') \frac{\partial G(z, \zeta, \tau - \tau')}{\partial z} \right\} \Big|_{z=z_3} d\tau' + \int_{-\infty}^{\tau} \int G(z, \zeta, \tau - \tau') w_t(\zeta, \tau') d\zeta d\tau', \end{aligned} \quad (1)$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

$$\text{де } F_{j+1}(\tau) = \left(1 - \beta_j \beta_{j+1}^{-1}\right) \left[\theta_{j+1}(z_j, \tau) - \beta_{j+1}^{-1} \left(\sqrt{1 + 2\beta_{j+1} \theta_{j+1}(z_j, \tau)} - 1 \right) \right], \theta(z, \tau),$$

$$\lambda_0(z) \text{ та } c_0(z) \text{ мають вигляд } p(z) = p_1(z) + \sum_{k=1}^2 [p_{k+1}(z) - p_k(z)] S(z - z_k),$$

$$\theta_i(z, \tau) = \frac{1}{\lambda_{0i}} \int_0^{t_i(z, \tau)} \lambda_i^i(x) dx - \text{змінна Кірхгофа, } T(\eta) = (\eta + 273)^4, \theta^*(z, \tau) =$$

$$= \beta_3^{-1} \left(\sqrt{1 + 2\beta_3 \theta_3(z, \tau)} - 1 \right), \varepsilon - \text{ступінь чорноти, } \sigma - \text{стала Стефана-}$$

Больцмана, $\alpha(\tau)$ – коефіцієнт теплообміну, $S(z)$ – функція Гевісайда; індексу $i=1$ відповідають величини, які належать першій складовій $-\infty < z < 0$, $i=2$ – другій $0 < z < z_2$, $i=3$ – третій $z_2 < z < z_3$.

Апроксимувавши в (1) лінійними сплайнами співмножники, які містять невідомі функції [2] та підставивши в (1) $z = z_j + 0$ ($j=1, 2$), $z = z_3$ і $\tau = \tau_k$ ($k = \overline{1, K_\tau}$), отримаємо рекурентну систему трьох нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно $\theta_2(z_1, \tau_k)$, $\theta_3(z_2, \tau_k)$ та $\theta_3(z_3, \tau_k)$. Розв'язавши її, знайдемо вирази для змінної Кірхгофа, а із співвідношення $t_i(z, \tau) = \beta_i^{-1} \left(\sqrt{1 + 2\beta_i \theta_i(z, \tau)} - 1 \right)$ знаходимо шукане температурне поле.

Отримано співвідношення для визначення напружень та переміщень. Досліджено вплив термочутливості, інтенсивності джерела тепла та параметрів теплообміну на розподіли температури, напружень та переміщень.

1. Процюк Б. В., Верба І. І. Нестационарне одновимірне температурне поле тришарових тіл з плоско-паралельними межами поділу // Вісник Львів. ун.-ту. Сер. прикл. матем. та інформ. – 1999. – Вип. 1. – С. 200–205.
2. Процюк Б. В. Квазистатические температурные напряжения в многослойной термочувствительной пластине при нагреве тепловым потоком. // Теоретическая и прикладная механика. – 2003. – Вып. 38. – С. 63–69.

**THERMOELASTIC STATE OF THE THREE-PART THERMOSENSITIVE
ROD BY CONSIDERING HEAT EXCHANGE AND SOURCE OF HEAT**

The approach to the determine a quasi-static thermoelastic state in half infinite three-part thermosensitive rod by considering convective-radiant heat and the action of volumetric heat source is proposed. The results of numerical analysis of temperature fields, stress and displacement are presented.