

## РОЗСІЯННЯ ПЛОСКОЇ АКУСТИЧНОЇ ХВИЛІ НА НАПІВНЕСКІНЧЕННОМУ М'ЯКОМУ КОНУСІ ЗІ ЗРІЗАНОЮ ВЕРШИНОЮ

Віктор Лисечко

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, vtysechko@gmail.com

Задачу дифракції плоскої акустичної хвилі  $U_0 = \exp(ikr \cos \theta - i\omega t)$  на напівнескінченному м'якому конусі  $Q: \{r \in (c, \infty), \theta = \gamma, \varphi \in [0, 2\pi)\}$  при осьовому опроміненні зведено до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (НСЛАР)

$$A_{11}X = F. \quad (1)$$

Тут  $X = \{x_n\}_{n=1}^{\infty}$  – невідомий вектор;  $A_{11}$  – матричний оператор,

$$A_{11} : \left\{ a_{qn} = \frac{scW[K_{\xi_q} I_{z_n}]_{sc}}{[\xi_q^2 - z_n^2]K_{\xi_q}(sc)I_{z_n}(sc)} \right\}_{q,n=1}^{\infty},$$

де  $s = -ik$ ,  $k$  – хвильове число;  $c$  – радіус зрізу;  $K_{\eta}(\cdot)$ ,  $I_{\eta}(\cdot)$  – функція Макдональда і модифікована функція Бесселя;  $z_n$ ,  $\xi_q = \{v_p\}_{p=1}^{\infty} \cup \{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$  – відповідно зростаючі послідовності простих додатних нулів і полюсів парної мероморфної функції

$$M(v, \gamma) = \frac{\cos \pi v}{\pi P_{v-1/2}(\cos \gamma) P_{v-1/2}(-\cos \gamma)}, \quad (2)$$

яка є регулярною у смузі  $\Pi: \{|\operatorname{Re} v| < 1/2\}$ , не має у цій смузі нулів і  $M(v, \gamma) = O(v)$  при  $|v| \rightarrow \infty$ , а отже  $z_n$ ,  $\xi_q$  визначаються із розв'язку таких трансцендентних рівнянь:

$$\begin{aligned} P_{v_p-1/2}(\cos \gamma) &= 0, \\ P_{\mu_k-1/2}(-\cos \gamma) &= 0, \\ \cos \pi z_n &= 0; \end{aligned}$$

$F = \{f_q\}_{q=1}^{\infty}$  – відомий вектор,

$$f_q = \begin{cases} 0, & \xi_q \notin \mu_k; \\ -\sqrt{\frac{\pi^3}{2}} \frac{P_{\mu_k-1/2}(\cos \gamma)}{\cos \pi \mu_k K_{\mu_k}(sc)}, & \xi_q \in \mu_k. \end{cases}$$

Пара операторів

$$A: \left\{ a_{qn} = \frac{1}{\xi_q - z_n} \right\}_{q,n=1}^{\infty}, \quad (3)$$

$$A^{-1}: \left\{ \tau_{kq} = \frac{1}{\left\{ M_-^{-1}(\xi_q, \gamma) \right\}' M'_-(z_k, \gamma)(z_k - \xi_q)} \right\}_{k,q=1}^{\infty}, \quad (4)$$

є регуляризуючими для НСЛАР (1) [1, 2], де  $M_-(\nu, \gamma)$  – відома функція регулярна і відмінна від нуля в області  $\text{Re } \nu < 1/2$ , яку отримуємо в результаті факторизації функції (2) [2].

Виділивши з НСЛАР (1) матричний оператор (3) і, використовуючи обернений оператор (4), задачу зведено до НСЛАР другого роду, яку запишемо так

$$X = A^{-1}[A - A_{11}]X + A^{-1}F. \quad (5)$$

Єдиний розв'язок НСЛАР (5) існує в

$$b(\sigma): \{ \|x_n\| = \sup_n |x_n n^\sigma|, \lim_{n \rightarrow \infty} x_n n^\sigma = 0 \},$$

при  $0 \leq \sigma < 3/2$ , що забезпечує виконання умов Мейкснера на краю [1].

Рівняння (5) використано для аналізу дифракційних властивостей конуса  $Q$ .

1. Куриляк Д. Б., Назарчук З. Т. Аналітико-числові методи в теорії дифракції хвиль на конічних і клиноподібних поверхнях. – К.: Наук. думка, 2006. – 280 с.
2. Куриляк Д. Б., Лисечко В. О. Дифракція плоскої акустичної хвилі на скінченному м'якому конусі при осьовому опроміненні // Акуст. вісн. – 2013–2014. – 16, № 3. – С. 23–30.

## SCATTERING OF ACOUSTIC PLANE WAVE BY SEMI-INFINITE TRUNCATED SOFT CONE

*The problem of the acoustic plane wave diffraction by the truncated soft cone is solved using the technique of matching of eigenmodes for subdomains and analytical regularization procedure.*