

## ТЕРМОПРУЖНА ПОВЕДІНКА ТЕРМОЧУТЛИВОЇ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНОЇ ПОРОЖНИСТОЇ КУЛІ ЗА ТЕМПЕРАТУРНОГО УДАРУ ПО ГРАНИЧНИХ ПОВЕРХНЯХ

Любов Мاستикаш

Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, maslyuba2010@gmail.com

Розглянуто пружну порожнисту кулю, матеріал якої володіє простою тепловою нелінійністю та сферичною трансверсальною ізотропією, що перебуває під дією внутрішнього та зовнішнього гідростатичних тисків та температурного удару по граничних поверхнях. Фізико-механічні властивості кулі, за винятком коефіцієнтів Пуассона, залежать від температури, а модулі Юнга  $E_r$ ,  $E_\theta$  мають однаковий характер температурної залежності ( $\omega = E_r E_\theta^{-1} \approx const$ ). Початкова температура тіла рівна  $t_p$ .

Для визначення теплового та напруженого стану використано:

- нелінійні рівняння теплопровідності  $r^{-2} \left( r^2 \lambda_t(t) t' \right)' = c_v(t) \dot{t}$ ,
  - рівняння рівноваги в переміщеннях зі змінними коефіцієнтами  $u'' + 2r^{-1} u' - \frac{2}{r^2} \frac{1 - \nu_{\theta r}}{(1 - \nu_{\theta\phi}) \omega} u + c_{rr}^{-1} \left( (c_{rr})_{,t} t' u' + 2(c_{\theta r})_{,t} t' r^{-1} u \right) = F(r, t)$ , (1)
  - співвідношення Дюгамеля-Неймана та відповідні граничні умови.
- Тут  $\{\lambda_t, c_v, c_{rr}, c_{\theta r}, \beta_r, \beta_\theta\} \sim \varphi(t)$ ,  $F(r, t)$  – відомі функції температури, що визначаються через температурні залежності характеристик матеріалу.

Введення змінної Кірхгофа  $\vartheta = \int_{t_n}^t \lambda_t(\xi) d\xi$  та подання температурних залежностей фізико-механічних характеристик матеріалу у вигляді кусково-постійних функцій температури

$$p(t) = p_1 + \sum_{i=1}^m (p_{i+1} - p_i) S_+(t - t_i), \quad t_n < t_1 < t_2 < \dots < t_k. \quad (2)$$

надало можливість внаслідок взаємної однозначності  $t$  та  $\vartheta$  визначити температуру за розв'язком відповідної лінійної граничної задачі на змінну Кірхгофа у вигляді

$$t(\vartheta) = \frac{1}{\lambda_t(\vartheta)} \left[ \vartheta + \vartheta_n + \sum_{i=1}^m (\lambda_t^{(i+1)} - \lambda_t^{(i)}) t_i S_+ (\vartheta - \vartheta_i) \right], \quad (3)$$

а рівняння (1) з використанням властивості імпульсних функцій від складного аргументу [1] звести до частково виродженого диференціального рівняння

$$u'' + \frac{2}{r} u' - \frac{2}{r^2} \frac{1 - \nu_{\theta r}}{(1 - \nu_{\theta \varphi}) \omega} u + \sum_{i=q+1}^{q+m} \frac{1}{c_{rr}^{i+1}} \sigma_r^{(i)} \Big|_{r_i} \text{sig}_i \delta_+ [\text{sig}_i (r - r_i)] = F(r, t). \quad (4)$$

Вирази для визначення напружень отримано зі співвідношень Дюгамеля-Неймана за розв'язком рівняння (4), який отримано у вигляді

$$u = \sum_{j=1}^2 \left\{ C_j r^{\lambda_j} + \frac{(-1)^j}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ r^{\lambda_j} \int_{R_i}^r \xi^{1-\lambda_j} F(\xi, \tau) d\xi - \sum_{l=q+1}^{q+m} \frac{\sigma_r^{(l)}}{c_{rr}^{l+1}} r_l \left( \frac{r}{r_l} \right)^{\lambda_j} S_+ [\text{sig}_l (r - r_l)] \right] \right\}. \quad (5)$$

Тут  $S_+(\zeta - \zeta_i)$  – асиметрична функція Хевісайда;  $p_i = \text{const}$  в інтервалі температур  $t_{i-1} \leq t \leq t_i$  із заданою точністю відповідають реальному значенню відповідної фізико-механічної характеристики;  $(t_n, t_\kappa)$  – розглядуваний температурний інтервал;  $\vartheta_i = \vartheta(t_i)$ ,  $\vartheta_n = \vartheta(t_n)$ ;  $r_i$  – дійсний корінь рівняння  $t(r, \tau) - t_i = 0$ ;  $\lambda_{1,2} = 0,5 \left( \pm \sqrt{1 + 8(1 - \nu_{\theta r})((1 - \nu_{\theta \varphi}) \omega)^{-1}} - 1 \right)$ ;  $\text{sig}_l = \text{sign}(t') \Big|_{r_l}$ . Для  $\sigma_r^{(i)}$  отримано рекурентні співвідношення через сталі інтегрування  $C_1, C_2$ , які визначаються із граничних умов.

Спираючись на отримані результати проведено числові дослідження термопружного стану порожнистої трансверсально-ізотропної кулі та досліджено вплив параметрів термосилового навантаження на її термопружну поведінку.

1. Коляно Ю. М., Кулик А. Н. Температурные напряжения от объемных источников. – Киев: Наук. думка, 1983. – 288 с.

### **THERMOSTRESSED BEHAVIOR OF THERMOSENSITIVE TRANSVERSALLY ISOTROPIC HOLLOW SPHERE UNDER THERMAL IMPACT ON BOUNDARY SURFACES**

*A solution of the quasi-static problem of thermoelasticity for transversally isotropic thermo-sensitive hollow sphere under thermal impact and hydrostatic pressure on boundary surfaces has been constructed. The thermostressed state of the sphere for different values of parameters of thermopower load has been investigated.*