

ЗАДАЧА З РУХОМИМИ МЕЖАМИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНОЇ ГІПЕРБОЛІЧНОЇ СИСТЕМИ КВАЗІЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Іван Полігас

Львівський національний університет імені Івана Франка, i_pol@i.ua

В області $R_T = \{(x, t) \in R^2 \mid s_1(t) < x < s_2(t), s_1(0) = s_2(0) = 0, 0 < t < T\}$, де функції $s_i : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$, $s_i \in C^1[0, T]$, $i \in \{1, 2\}$ розглянемо гіперболічну систему квазілінійних рівнянь, записаних у формі Шаудера, та систему вироджених рівнянь у вигляді

$$g_{11}(x, t, u) \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + \lambda_1(x, t, u) \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + g_{12}(x, t, u) \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + \lambda_1(x, t, u) \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) = f_1(x, t, u), \quad (1)$$

$$g_{21}(x, t, u) \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + \lambda_2(x, t, u) \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + g_{22}(x, t, u) \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + \lambda_2(x, t, u) \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) = f_2(x, t, u), \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} = f_3(x, t, u), \quad \frac{\partial u_4}{\partial x} = f_4(x, t, u), \quad (3)$$

де $u(x, t) = (u_1(x, t), u_2(x, t), u_3(x, t), u_4(x, t))$ – шукана функція, а функції $\lambda_i, f_i : R_T \times \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ – дійснозначні.

Для системи рівнянь (1)-(3) задамо такі початкові та крайові умови:

$$u(0, 0) = u^0, \quad (4)$$

$$u_1(s_1(t), t) = k_1(t, u_1(s_2(t), t), u_2(s_1(t), t)), \quad (5)$$

$$u_2(s_2(t), t) = k_2(t, u_1(s_2(t), t), u_2(s_1(t), t)), \quad (6)$$

$$u_3(s_1(t), t) = k_3^1(t, u_1(s_2(t), t), u_2(s_1(t), t)), \quad (7)$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

$$u_3(s_2(t), t) = k_3^2(t, u_1(s_2(t), t), u_2(s_1(t), t)), \quad (8)$$

$$u_4(s_1(t), t) = k_4(t, u_1(s_2(t), t), u_2(s_1(t), t)). \quad (9)$$

При цьому $\lambda_2(0, 0, u^0) < s_1'(0) < 0 < s_2'(0) < \lambda_1(0, 0, u^0)$.

З використанням принципу стискаючих відображень та методики, яку наведено в праці [1], для задачі (1)-(9) встановлено достатні умови існування та єдиності локального узагальненого неперервного розв'язку.

Слід зазначити, що такі задачі мають важливе практичне значення [2-3].

1. *Дерев'янюк Т. О., Кирилич В. М., Пелюшкевич О. В.* Задача з рухомими межами для виродженої гіперболічної системи квазілінійних рівнянь // Прикл. пробл. механіки і математики. – 2012. – Вип. 10. – С. 27-46.
2. *Габов С. А.* Новые задачи математической теории волн. – М.: Наука, 1998. – 448 с.
3. *D'Acunto B., Frunzo L.* Free boundary problem for an initial cell layer in multispecies biofilm formation // Appl. Math. Letters. – 2012. – V. 25. – N. 1. – P. 20-26.

**THE PROBLEM WITH MOVABLE BOUNDARIES FOR SINGULAR
HYPERBOLIC SYSTEM OF QUASI-LINEAR EQUATIONS**

The conditions of existence and uniqueness of a local solution of the problem for singular quasi-linear hyperbolic system in curvilinear sector are established applying the method of characteristics and the Banach fixed point theorem.