**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

УДК 517.946

БАГАТОТОЧКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОРІДНОГО РІВНЯННЯ З ЧАСТИННИМ ПОХІДНИМИ У ДВОВИМІРНОМУ ЦИЛІНДРІ

Ірина Волянська, Володимир Ільків

Національний університет «Львівська політехніка», i.volyanska@i.ua, ilkivv@i.ua

У роботі розглянуто задачу з багатоточковими умовами за часовою змінною для безтипного диференціального рівняння з частинними похідними зі сталими коефіцієнтами у циліндричній області $D=[0;T]\times\Omega$, $T>0$, Ω – одновимірний тор $\mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$

$$\sum_{s_0+s_1\le n} a_{s_0 s_1}\frac{\partial^{s_0+s_1}u}{\partial t^{s_0}\partial x^{s_1}}=0\,, \tag{1}$$

$$u(t_j,x)=\varphi_j\,,\quad t_j=(j-1)t_0,\ t_0>0\,,$$
$$m=1,2,\dots,n\,,\quad 0\le t_1<t_2<\dots<t_n\le T\,, \tag{2}$$

де $a_{s_0,s_1}\in\mathbb{C}$, $a_{n,0}=1$, $\varphi_1=\varphi_1(x)$, $\varphi_2=\varphi_2(x)$, …, $\varphi_n=\varphi_n(x)$ – задані функції, $u=u(t,x)$ – шукана функція.

Під розв’язком задачі (1), (2) будемо розуміти функцію $u=u(t,x)$, яка задовольняє рівняння (1) та умови (2) і належить до простору $E^{n,q}_{\beta}(D)$.

Розв’язність задачі досліджується у шкалах просторів $\{E^q_\alpha(\Omega)\}_{q\in\mathbb{R}}$ і $\{E^{n,q}_\beta(D)\}_{q\in\mathbb{R}}$, де $E^q_\alpha(\Omega)$, $\alpha\in\mathbb{R}$, – гільбертів простір періодичних функцій $\psi=\psi(x)=\sum_{k\in\mathbb{Z}}\psi_k\,e^{ikx}$ з нормою $\|\psi\|^2_{E^q_\alpha(\Omega)}=\sum_{k\in\mathbb{Z}}\tilde{k}^{2q}e^{2\tilde{k}\alpha}|\psi_k|^2$, а $E^{n,q}_\beta(D)$, $\beta:\ [0,T]\to\mathbb{R}$ – банахів простір функцій $u=u(t,x)$ таких, що похідні $\dfrac{\partial^l u(t,x)}{\partial t^l}=\sum_{k\in\mathbb{Z}}u^{(l)}_k(t)e^{ikx}$, $l=0,1,\dots,n$, для кожного $t\in[0,T]$ належать до просторів $E^{q-l}_{\beta(t)}(\Omega)$, і неперервні за t у цих просторах. Квадрат норми функції u в просторі $E^{n,q}_\beta(D)$ обчислюється за формулою

$$\|u\|^2_{E^{n,q}_{\beta}(D)} = . = \sum_{k\in\mathbb{Z}} \max_{[0,T]} \left\| \frac{\partial^l u(t,\cdot)}{\partial t^l} \right\|^2_{E^{q-l}_{\beta(t)}(\Omega)} .$$

Схожа задача у разі багатовимірного тора Ω є некоректною за Адамаром, а її розв'язність пов'язана з проблемо малих знаменників, які виникають при побудові розв'язку [1]. У роботі побудовано формулу для розв'язку задачі (1), (2) та встановлено необхідні і достатні умови його єдиності, а також достатні умови його існування у просторі $E^{n,q}_{\beta}(D)$, якщо праві частини φ_1, φ_2, …, φ_n умов (2) належать просторам зі шкали $\{E^q_{\alpha}(\Omega)\}_{q\in\mathbb{R}}$. Показано, що на відміну від задачі з багатьма просторовими змінними, задача у двовимірній області є коректною за Адамаром, відповідні знаменники обмежені константами.

1. *Пташник Б. И.* Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – Киев: Наук. думка, 1984. – 264 с.

MULTI-POINT PROBLEM FOR THE HOMOGENEOUS PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION IN TWO-DIMENSIONAL CYLINDER

The work is devoted to investigation of multi-point problem for the linear partial differential equation with one spatial variable. The existence and uniqueness conditions of the solution of this problem in the Sobolev spaces (Abel spaces) are established. For multiple spatial variable x_1, x_2, …, x_p *similar problem is incorrect in the Hadamard sense and its solvability depends on the small denominators, which arising in the construction of the solution. For single spatial variable the corresponding denominators are estimated from below by some small constants. That's why in this case the multi-point problem for the homogeneous partial differential equation is correct after Hadamard and solved in the Abel spaces.*