

ЗГИН ПЛАСТИНИ РЕЙССНЕРА З НАСКРІЗНИМИ ТРИЩИНАМИ З УРАХУВАННЯМ ШИРИНИ ОБЛАСТІ КОНТАКТУ ЇХНІХ БЕРЕГІВ

Ігор Яцик

Львівський національний університет імені Івана Франка, IhorYatsyk@i.ua

Досліджено згин ізотропної пластини товщиною $2h$ з тріщинами завдовжки $2l_k$ ($k = \overline{1, N}$) згинальними моментами, рівномірно розподіленими на нескінченності (рис. 1). Вважається, що під дією зовнішнього навантаження береги тріщин зазнають гладкого контакту за всією їхньою довжиною вздовж двовимірної області постійної ширини h_1 поблизу верхньої основи пластини, причому до деформування пластини, береги тріщин були вільними від зовнішнього навантаження.

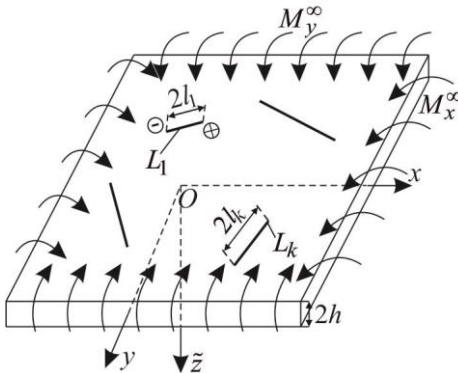


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщин

Виберемо декартову систему координат $Oxyz$ з координатною площиною Oxy у серединній площині пластини. Лінії перетину тріщин з серединною площиною позначимо через L_k , контактне

зусилля між берегами k -ї тріщини – через N_k ($N_k > 0$), а розподілені згинальні моменти на нескінченності, прикладені до пластини, – через M_x^{∞} та M_y^{∞} .

З урахуванням контакту берегів тріщин розв’язування задачі розбиваємо на дві частини: плоску задачу теорії пружності та задачу згину пластини з використанням теорії Рейсснера.

Згідно з постановкою задачі на берегах k -ї тріщини маємо такі крайові умови:

$$\sigma_{yy}^+ = \sigma_{yy}^- = -N_k / (2h), \quad \sigma_{xy}^+ = \sigma_{xy}^- = 0, \quad \text{на } L_k,$$

$$M_y^+ = M_y^- = M_k, \quad Q_y^+ = Q_y^- = 0, \quad H_{xy}^+ = H_{xy}^- = 0, \quad \text{на } L_k,$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

$$M_k = (1 - \gamma/3)hN_k, \quad \partial_x[v_p] - 0,5\{1 + (1 - \gamma)^2\}h\partial_x[\varphi_y] = 0, \quad \text{на } L_k,$$

де σ_{xy} , σ_{yy} та v_p – відповідно компоненти тензора напружень та проекція вектора переміщення точки на вісь Oy у плоскій задачі; φ_y – усереднений за товщиною пластини кут повороту нормалі до серединної площини пластини у задачі згину; M_y – згинальний момент; Q_y і H_{xy} – поперечна сила і крутний момент відповідно; $\partial_x = \partial/\partial x$, $[f] = f^+ - f^-$; символами «+» і «-» позначено граничні значення функції при прямуванні точки площини до тріщин при $y \rightarrow \pm 0$; $\gamma = h_1/h$.

Із застосуванням методів теорії функції комплексної змінної та комплексних потенціалів стосовно плоскої задачі теорії пружності та задачі згину пластини [1] отримано систему сингулярних інтегральних рівнянь відносно усереднених за товщиною пластини кутів повороту нормалі до серединної площини пластини, яку розв'язано чисельно за допомогою методу механічних квадратур. У часткових випадках отримано відомі в літературі результати розв'язку відповідних задач згину пластин, коли контакт відбувається вздовж лінії на одній із основ пластини. Здійснено числовий аналіз задачі та побудовано графічні залежності для контактного зусилля між берегами тріщин та коефіцієнтів інтенсивності зусиль, моментів і поперечних сил у випадках однієї тріщини, колінеарних двох, трьох, періодичної системи тріщин і двох паралельних однакових незсунутих тріщин за різних параметрів задачі.

1. Мазурак Л. П., Бережницький Л. Т. Изгиб трансверсально-изотропных пластин с дефектами типа трещин. – К.: Наук. думка, 1990. – 256 с.

**BENDING OF A REISSNER PLATE WITH THROUGH-THE-THICKNESS
CRACKS WITH ACCOUNT FOR THE WIDTH OF CONTACT AREA
ON THE CRACK EDGES**

In this talk, the analysis of stress-strain state in an infinite isotropic plate with through-the-thickness cracks is presented. The crack edges are assumed to be free of external force loadings. The plate is subjected to the action of uniformly-distributed bending moments. It is assumed that the crack edges get in a smooth contact by the entire crack length along the two-dimensional area of permanent width near the upper face of the plate. As a result this contact, the solution is realized by solving two related problems: i) a plane elasticity problem and ii) a plate-bending problem with concern to the Reissner theory. In particular cases, the numerical analysis of the obtained solution is presented.