**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–38 травня 2015 р., Львів**

УДК 539.3

ОПТИМІЗАЦІЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ У ЗАДАНОМУ ПЕРЕРІЗІ БЕЗМЕЖНОГО ШАРУ

Ольга Єрохова

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, mlleolga@gmail.com

Дослідження задач оптимізації температурних режимів та напружено-деформованого стану тіл, які перебувають під дією теплових та силових навантажень, має важливе теоретичне і практичне значення [1–3].

У роботі сформульовано та досліджено задачу оптимального керування за допомогою внутрішніх теплових джерел розподілом нестаціонарних температурних переміщень у заданому перерізі безмежного шару, що перебуває за умов плоскої деформації. Розглядається безмежний шар, через граничну поверхню якого здійснюється конвективний теплообмін за законом Ньютона із довкіллям.

Вибравши за функцію керування безрозмірну потужність внутрішніх теплових джерел, у просторі неперервних функцій $\mathrm{C}(\mathrm{D})$ $(\mathrm{D} = \{(y,\tau):\, y \in [0,\infty)\times[0,\infty)\})$ потрібно знайти таке керування $u(y,\tau) \in \mathrm{C}(\mathrm{D})$, яке у кожен момент часу забезпечує мінімальне значення рівномірного відхилення вертикальних переміщень u_x деякої площини безмежного шару $x = x_1$ $(x_1 \ge 0,\ x_1 = \mathrm{const})$ від заданого, тобто, забезпечує мінімум функціоналу

$$J(u) = \max_{y\in[0,\infty)} \left| u_x(x_1, y, \tau; u) - \varphi_*(y,\tau) \right|,\ \tau \in [0, \tau_m], \tag{1}$$

$\varphi_*(y,\tau)$ – заданий розподіл переміщень u_x; x, y, τ – безрозмірні декартові координати і час, $\tau_m = \mathrm{const}$.

Припустивши існування керування у просторі $\mathrm{C}(\mathrm{D})$, яке забезпечує точну нижню грань критерію оптимальності (1), що еквівалентно рівності $u_x(x_1, y, \tau; u) = \varphi_*(y,\tau)$, та використавши операторну залежність вертикальних температурних переміщень від температурного поля $T(x, y, \tau)$

$$u_x(x,y,\tau) = -\frac{(1+\nu)\alpha_T R}{2(1-\nu)\left(s^2 - sh^2 s\right)} \int_0^1 T(\eta,\xi,\tau)\Big(2\,\mathrm{ch}\,sx\big(\mathrm{sh}\,s\,\mathrm{sh}(s-s\eta) - s\,\mathrm{sh}(s\eta)\big) +$$
$$+2(1-2\nu)\big(s\,\mathrm{sh}(s(x-\eta)) - \mathrm{sh}\,s\,\mathrm{sh}(s(x+\eta-1))\big) +$$
$$+\left(s^2 - \mathrm{sh}^2 s\right)\big(\mathrm{ch}(s(x-\eta)) + \mathrm{ch}(s|x-\eta|)\mathrm{sign}(x-\eta)\big) +$$
$$+2sx\big(\mathrm{sh}\,s\,\mathrm{ch}(s(x+\eta-1)) - s\,\mathrm{ch}(s(x-\eta))\big)\Big)\cos(s\xi)\cos(sy)\,ds\,d\xi\,d\eta\,, \quad (2)$$

а також температурного поля від факторів теплового навантаження

$$T(x,y,\tau) = \int_0^\infty \sum_{i=1}^2 G_i(x,y,\xi,\tau)\,t_i(\xi,\tau)\,d\xi + \int_0^\infty G(x,y,x_0,\xi,\tau)\,u(\xi,\tau)\,d\xi\,, \quad (3)$$

вихідна задача оптимізації (1), зводиться до оберненої задачі термопружності [1], яка описується двовимірним інтегральним рівнянням першого роду. Тут ν, α_T – коефіцієнти Пуассона та лінійного теплового розширення; R – деяка характерна довжина; $G_i \ (i=1,2)$, G – відомі функції.

Застосувавши інтегральне перетворення Фур'є та Лапласа відповідно за просторовою координатою та часом, апроксимувавши шукану функцію лінійним сплайном за часом, побудовано наближений розв'язок отриманого рівняння. Проведено числовий аналіз поведінки знайденого розв'язку.

1. *Вигак В. М.* Управление температурными напряжениями и перемещениями. – Київ: Наукова думка, 1988. – 312 с.
2. *Кушнір Р. М., Попович В. С., Ясінський А. В.* Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра. Т. 5: Оптимізація та ідентифікація в термомеханіці неоднорідних тіл. – Львів: СПОЛОМ, 2011. – 256 с.
3. *Ravindran A., Ragsdell K. M., Reklaitis G. V.* Engineering Optimization: Methods and Applications. 2nd ed. – John Wiley & Sons, 2006. – 688 PP.

OPTIMIZATION OF THE NONSTATIONARY TEMPERATURE DISPLACEMENTS IN A GIVEN SECTION OF UNLIMITED LAYER

The problem of optimal control of unsteady temperature displacements distribution in a given section of the unlimited layer that is under conditions of plane strain, using internal heat sources, is formulated and investigated. The original optimization problem is reduced to the inverse problem of thermoelasticity. The integral Fourier transform in spatial coordinates and linear spline approximation of desired function in time are used for the solution of the problem. The numerical analysis of the solution's optimization problem behaviour is provided.