

## ДВОВІСНИЙ ЗГИН ПЛАСТИНИ З ДВОМА НАСКРІЗНИМИ КОНТАКТУЮЧИМИ ТРІЩИНАМИ ЗА НАЯВНОСТІ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН ПОБЛИЗУ ЇХ ВЕРШИН

Соломія Альфавицька<sup>1</sup>, Микола Слободян<sup>2</sup>, Оксана Білаш<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача

НАН України, [alfavitska\\_solomiya@i.ua](mailto:alfavitska_solomiya@i.ua),

<sup>2</sup>Львівський національний університет імені Івана Франка,

<sup>3</sup>Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного

У роботі розв'язано задачу про згин розподіленими моментами на нескінченності безмежної пластини товщиною  $2h$  з двома наскрізними тріщинами завдовжки  $2l$ . У серединній площині пластини виберемо декартову систему координат  $Oxuz$  з початком по середині між центрами тріщин, направивши вісь  $Ox$  вздовж тріщин, а вісь  $Oz$  перпендикулярно до неї. Під дією зовнішнього навантаження береги тріщин приходять у гладкий контакт по області сталості ширини  $h_1$  поблизу верхньої основи пластини, а біля вершин тріщин наявні пластичні зони. Лінію, де розміщені тріщини позначимо через  $L$ , а пластичні зони завдовжки  $w_j - L_j$  ( $j=1,2$ ); відстань між центрами тріщин позначимо через  $2s$  (див. рис. 1).

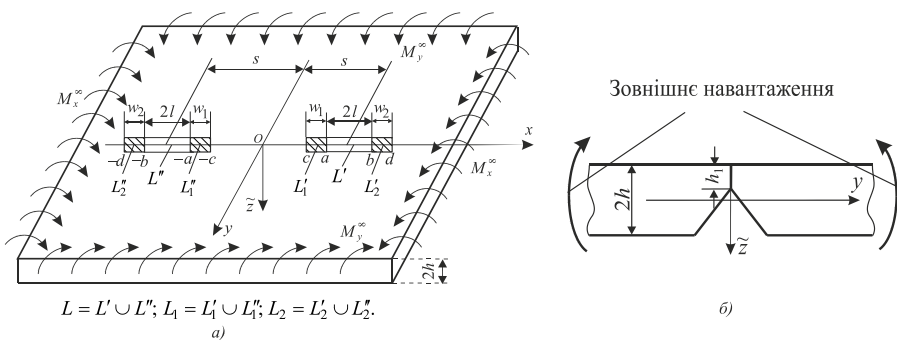


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщин

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,  
25–27 травня 2016 р., Львів**

За рахунок контакту берегів тріщин сформульовану задачу розбиваємо на дві: плоску задачу та задачу згину (класична теорія) за таких крайових умов

$$\begin{aligned}\sigma_{yy}^{\pm} &= \sigma_0^{(j)}, M_y^{\pm} = M_0^{(j)}, \quad x \in L_j, j=1,2, \\ \sigma_{yy}^{\pm} &= -N/(2h), M_y^{\pm} = \beta hN, [v] + \alpha h [\partial_y w] = 0, \quad x \in L, \\ \sigma_{xy}^{\pm} &= 0, P_y^{\pm} = 0, \quad x \in L + L_1 + L_2,\end{aligned}$$

де  $\sigma_{yy}$  і  $\sigma_{xy}, v$  – компоненти тензора напружень та компонента вектора переміщень на вісь  $Oy$  у плоскій задачі;  $\sigma_0^{(j)}$  і  $M_0^{(j)}$  – невідомі нормальні напруження та згинальні моменти у пластичних зонах;  $N$  – контактне зусилля ( $N > 0$ );  $w$  – прогин пластини;  $M_y$  і  $P_y$  – згинальний момент та перерізувальна сила у сенсі Кірхгофа; значками “+” і “-” позначено граничне значення відповідної величини при  $y \rightarrow \pm 0$ , квадратна дужка від функції означає стрибок відповідної величини на берегах тріщини, тобто  $[f] = f^+ - f^-$ ; константи  $\alpha$  і  $\beta$  мають вигляд

$$\alpha = 0.5 \left\{ 1 + \left( 1 - \gamma^2 \right) \right\}, \quad \beta = 1 - \gamma / 3, \quad \gamma = h_1 / h.$$

Використавши комплексні потенціали, розв’язування розглянутих задач зведено до задач лінійного спряження. Визначено нормальні напруження та згинальні моменти у пластичних зонах. З урахуванням умов пластичності Треска у вигляді поверхневого шару та пластичного шарніру, отримано рівняння для визначення довжин пластичних зон. Проведено числовий аналіз. В часткових випадках отримано відомі у науковій літературі результати.

**BIAXIAL BENDING OF PLATE WITH TWO THROUGH  
CONTACTING CRACKS IN THE PRESENCE OF  
PLASTIC ZONES AROUND ITS TOPS**

*A problem about a biaxial bending of plate with cracks is formulated and solved. It is assumed that under the action of the external loading the crack edges will contact for the areas of permanent width near the upper base of plate and also plastic areas will appear in the tops of cracks. With the use of complex potentials the considered problem is reduced to the problem of linear conjugation. The numerical analysis have been carried out.*