

ВПЛИВ ПЕРЕВАНТАЖЕННЯ НА ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ КІЛЬЦЕВОЇ ІНЕРЦІЙНОЇ МЕМБРАНИ, РОЗМІЩЕНОЇ НА ВІЛЬНІЙ ПОВЕРХНІ РІДИНИ

Юрій Кононов, Олександр Федорчук

Донецький національний університет,
kononov.yuriy.nikitovich@gmail.com, mailto:fedorchuk.o@donnu.edu.ua

У лінійній постановці розглянуто задачу одночасних коливань кільцевої мембрани та ідеальної нестисливої рідини в жорсткій коаксіальній циліндричній посудині. Мембрана, що має масу, розміщена на вільній поверхні рідини і закріплена по зовнішньому та внутрішньому контурах посудини. У цій роботі виведено та досліджено частотне рівняння власних одночасних коливань кільцевої мембрани та рідини, а також оцінено вплив перевантаження, натягу, геометрії мембрани та глибини заповнення на першу основну власну частоту. Показано, що втрата стійкості плоскої форми рівноваги мембрани може відбуватися лише за від'ємних перевантажень і за певних значень модуля перевантаження. За допомогою статичного та динамічного підходів обчислено критичні значення величин натягу та глибини заповнення. Встановлено також, що статичний підхід з достатньою для практичного застосування точністю дає значення критичного натягу та перевантаження. Узагальнено результати робіт [1-3] на випадок інерційної кільцевої мембрани і довільного числа мод по кутовій координаті. Отримано більш просте для дослідження частотне рівняння, ніж у праці [1].

Частотне рівняння одночасних коливань кільцевої інерційної мембрани та поверхні ідеальної рідини у безрозмірних змінних має вигляд

$$\left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\alpha}_{nm} f_{nm}\right) \left(\frac{1}{\varepsilon^m} - \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\beta}_{nm} f_{nm} r_{nm}\right) - \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\beta}_{nm} f_{nm}\right) \left(\varepsilon^m - \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\alpha}_{nm} f_{nm} r_{nm}\right) = 0. \quad (1)$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

$$\Gamma_{\text{УТ}} f_{nm}(\Omega^2) = \frac{k_{0nm}\Omega^2 - \tilde{\omega}_{nm}^2}{k_{0nm}\Omega^2 - \mu_{nm}(n_x + \beta\mu_n^2)\tanh \kappa_{nm}}, \quad \Omega^2 = \frac{\omega^2 a}{g_0}, \quad \beta = \frac{T}{\rho g_0 a^2},$$

$$k_{0nm} = 1 + \frac{k_0 k_{nm}}{\rho} \tanh \kappa_{nm}, \quad H = \frac{h}{a}, \quad \tilde{\omega}_{nm}^2 = \frac{\omega_{nm}^2}{g_0 a}, \quad g = g_0 n_x, \quad \kappa_{nm} = \mu_{nm} H,$$

$$\alpha_{nm} = \frac{a^{m+2}}{\mu_{nm}} \cdot \frac{Z_{m+1}(\mu_{nm}) - \varepsilon^{m+1} Z_{m+1}(\varepsilon \mu_{nm})}{Z_m(\mu_{nm}) N_{nm}^2}, \quad \tilde{\alpha}_n = \frac{\alpha_n}{a^m}, \quad \gamma_{nm} = -\frac{J'_m(\mu_{nm})}{Y'_m(\mu_{nm})},$$

$$\beta_{nm} = -\frac{a^{-m+2}}{\mu_{nm}} \cdot \frac{Z_{m-1}(\mu_{nm}) - \varepsilon^{-m+1} Z_{m+1}(\varepsilon \mu_{nm})}{Z_m(\mu_{nm}) N_{nm}^2}, \quad \tilde{\beta}_n = \beta_n a^m, \quad k_{nm} a = \mu_{nm},$$

$Z_m(k_{nm}r) = J_m(k_{nm}r) + \gamma_{nm} Y_m(k_{nm}r)$, $\omega_{nm}^2 = g k_{nm} \tanh \kappa_{nm}$ – власна частота коливань вільної поверхні рідини.

При статичному підході для визначення критичних значень натягу β та перевантаження $|n_x|$, рівняння приймає вигляд

$$J'_1(x)Y'_1(\varepsilon x) - Y'_1(x)J'_1(\varepsilon x) = 0, \quad (2)$$

а умова стійкості положення рівноваги мембрани при від'ємному перевантаженні запишеться так $\beta > |n_x|/x_1^2(\varepsilon)$, де $x_1(\varepsilon)$ – перший додатний корінь рівняння (2).

1. *Докучаев Л. В.* Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами. – М.: Машиностроение, 1987. – 232 с.
2. *Самодаев В. Е.* Влияние перегрузки на частоты собственных колебаний жидкости в жестком цилиндрическом баке с мембраной на свободной поверхности // Тр. семинара “Динамика упругих и твердых тел, взаимодействующих с жидкостью”. – Томск, 1972. – С. 180–186.
3. *Шевченко В. П., Карнаух А. Ю.* Влияние перегрузки на свободные колебания кольцевой мембраны, расположенной на свободной поверхности жидкости // Вісн. Донецького ун-ту. Сер. А. – 2006. – Вип. 1. – Ч. 1. – С. 162–165.

**INFLUENCE OF AN OVERLOAD ON FREE OSCILLATIONS OF
INERTIAL CIRCULAR MEMBRANE PLACED ON
THE FREE SURFACE OF A LIQUID**

Influence of an overload on first own frequency is appreciated depending on geometry of a cavity, a tension of a ring membrane and depth of filling of a liquid. It shows that critical values of size of a tension of a ring membrane and an overload can be determined from a static problem.