

## ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА З ВІЛЬНОЮ МЕЖЕЮ ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ З СЛАБКИМ СТЕПЕНЕВИМ ВИРОДЖЕННЯМ

Надія Гузик

Львівський національний університет імені Івана Франка, hryntsiv@ukr.net

В області  $\Omega_T = \{(x, t) : 0 < x < h(t), 0 < t < T\}$ , де  $h = h(t)$ ,  $h(t) > 0$  – невідома функція, розглядається обернена задача одночасного визначення двох залежних від часу коефіцієнтів  $a = a(t)$ ,  $a(t) > 0$ ,  $t \in [0, T]$  та  $b = b(t)$  у параболічному рівнянні

$$u_t = a(t)t^\beta u_{xx} + b(t)u_x + c(x, t)u + f(x, t) \quad (1)$$

з початковою умовою

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, h(0)], \quad (2)$$

крайовими умовами

$$u(0, t) = \mu_1(t), \quad u(h(t), t) = \mu_2(t), \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

та умовами перевизначення

$$h'(t) = -u_x(h(t), t) + \mu_3(t), \quad t \in [0, T], \quad (4)$$

$$a(t)t^\beta u_x(0, t) = \mu_4(t), \quad t \in [0, T], \quad (5)$$

$$\int_0^h u(x, t) dx = \mu_5(t), \quad t \in [0, T], \quad (6)$$

де  $h_0 = h(0) > 0$  – відоме число.

**Означення.** Під розв'язком задачі (1)-(6) розумітимемо набір функцій  $(a, b, h, u) \in (C[0, T])^2 \times C^1[0, T] \times C^{2,1}(\Omega_T) \cap C^{1,0}(\overline{\Omega_T})$ ,  $a(t) > 0$ ,  $h(t) > 0$ ,  $t \in [0, T]$ , що задовольняє рівняння (1) та умови (2)-(6).

Дослідження проводимо у випадку слабого виродження, коли  $0 < \beta < 1$ .

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,  
25–27 травня 2016 р., Львів**

Заміною змінних  $y = \frac{x}{h(t)}$ ,  $t = t$ , задача (1)-(6) зводиться до коефіцієнтної оберненої задачі відносно невідомих  $a = a(t)$ ,  $b = b(t)$ ,  $h = h(t)$ ,  $v(y, t) = u(xh(t), t)$  в області з фіксованими межами  $Q_T = \{(y, t) : 0 < y < 1, 0 < t < T\}$ . Застосовуючи теорему Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора, встановлено умови існування розв'язку цієї задачі. При цьому, використано функцію Гріна першої крайової задачі для рівняння теплопровідності. Доведення єдиності розв'язку зведено до встановлення інтегрованості ядер системи однорідних інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду.

**AN INVERSE PROBLEM WITH FREE BOUNDARY FOR A PARABOLIC EQUATION WITH WEAK POWER DEGENERATION**

*In a free boundary domain we consider the inverse problem of simultaneous determination of the time-dependent coefficients in a one-dimensional parabolic equation with weak power determination. We establish conditions of existence of the classical solution to this problem over some time interval whose length is determined by the known values. The uniqueness of this problem is proved globally.*