

## ВДАВЛЮВАННЯ НАПІВНЕСКІНЧЕННОГО ШТАМПА З ЗАОКРУГЛЕНИМ КРАЄМ В ПРУЖНУ СМУГУ

Тарас Клімчук

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, tarasyniv@ukr.net

**Постановка задачі.** Розглядається стан плоскої деформації в пружній смугі  $|x| < \infty$ ,  $|y| \leq h$ , у верхню грань  $y = h$ ,  $-\infty < x < \infty$  якої на інтервалі  $0 \leq x < \infty$  вдавлюється напівнескінченний штамп із прямолінійною основою та заокругленим краєм (рис. 1). Рівняння контуру штампa  $y = f(x)$ , де  $f(x) = (x-l)^2 / 2R$  при  $x < l$  та  $f(x) = 0$  при  $x \geq l$ ,  $R$  – радіус кривизни закруглення в точці  $x = l$ . Матеріал смуги характеризується коефіцієнтом Пуассона  $\nu$  та модулем зсуву  $G$ . Нижня грань  $y = -h$ ,  $-\infty < x < \infty$  смуги жорстко закріплена. До штампa прикладено рівномірно розподілене вертикальне навантаження інтенсивності  $p$ , що призводить до осадки на величину  $\delta = (1-2\nu)ph / [(1-\nu)G]$ . Сили тертя відсутні в області контакту ( $x \geq 0$ ,  $y = h$ ) штампa та пружної смуги. Аналогічну задачу для штампa з гострим краєм описано в [1]. Задачі контактної взаємодії штампів із заокругленими кромками та пружного півпростору наведено в [2, 3].

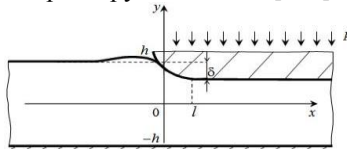


Рис.1. Схема задачі

**Інтегральне рівняння задачі.** Отримано інтегральне рівняння на напівнескінченному проміжку з різницеvim ядром і за допомогою методу Вінера – Гопфа [4] побудовано його точний аналітичний розв’язок. Факторизація коефіцієнта функціонального рівняння Вінера – Гопфа виконана в нескінченних добутках. Виведено аналітичні вирази для напружень в області контакту, на закріпленій грані смуги та для максимальних дотичних напружень всередині смуги, а також для переміщень вільної від навантаження частини верхньої грані смуги.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,  
25–27 травня 2016 р., Львів**

**Результати.** Обчислення здійснювали для значення коефіцієнта Пуассона  $\nu = 1/3$ . На рисунку 2 наведено розподіли безрозмірних контактних напружень  $\bar{\sigma} = \frac{1}{p} \sigma_y \Big|_{y=h}$  для різних значень відносної довжини заокругленої зони контакту  $a$  ( $a = l/(2h)$ ). При  $a \rightarrow 0$  значення контактних напружень наближаються до розподілу напружень в задачі для штамп з гострим краєм [1]. На рисунку 3 показано лінії рівня максимальних дотичних напружень  $\tau_1/p$  (ізохори) всередині смуги ( $\xi = x/(2h)$ ,  $\zeta = y/(2h)$ ,  $\tau_1 = 0.5 \left| \sigma_y - \sigma_x + 2\pi_{xy} \right|$ ) для  $a = 0.2$  ( $\bar{p} = pR/(4hG) = 0.088$ ). Точка з найбільшим значенням максимальних дотичних напружень  $\max \tau_1/p = 0.479$  знаходиться на глибині в 0.1 ширини смуги під середньою точкою заокругленої частини області контакту ( $\xi = 0.105$ ,  $\zeta = 0.398$ ).

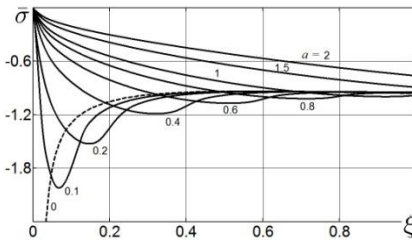


Рис. 2. Контактні напруження

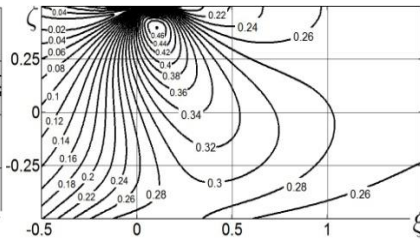


Рис. 3. Ізохори

1. Улитко А. Ф., Острик В. И. Смешанная задача теории упругости для полосы на жестком основании // Труды III Всероссийской конференции по теории упругости с международным участием. – Ростов-на-Дону: Новая книга, 2004. – С. 372 – 375.
2. Штаерман И. Я. Контактная задача теории упругости. – Москва: Гостехиздат, 1949. – 272 с.
3. Dini D., Barber J. R., Churchman C. M., Sackfield A., Hills D. A. The application of asymptotic solutions to contact problems characterised by logarithmic singularities // European Journal of Mechanics. A. – 2008. – 27. – P. 847 – 858.
4. Нобл Б. Метод Винера – Хопфа. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 280 с.

**INTENDATION OF A SEMI-INFINITE PUNCH WITH ROUNDED EDGE  
INTO AN ELASTIC STRIP**

*A problem on smooth contact of a semi-infinite punch with rounded edge and an elastic strip is considered. An exact analytical solution of the integral equation was obtained by means of the Wiener – Hopf technique. The stress distributions were built on the edges of the strip as well as the isolines of the maximum tangential stress in the middle of the strip depending on the dimensionless length of the rounded contact zone.*