

## AN INVERSE SOURCE PROBLEM FOR A PERTURBED TIME FRACTIONAL DIFFUSION EQUATION

**Nataliia Kinash, Jaan Janno**

Tallinn University of Technology, kinashnataliia@gmail.com

In the bounded domain  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  with sufficiently smooth boundary  $\partial\Omega$ , the direct problem for  $u$  is considered:

$$D^\beta(u - \varphi)(t, x) = k(\Delta u(t, x) - (m * \Delta u)(t, x)) + F(t, x), \quad x \in \Omega, t \in (0, T), \quad (1)$$

$$u(0, x) = \varphi(x), \quad x \in \Omega,$$

$D^\beta$  is a Riemann-Liouville fractional derivative and  $B$  is a boundary operator:

$$Bv(x) = v(x) \quad \text{or} \quad Bv(x) = v(x) \cdot \nabla v(x) + \theta v(x), \quad \theta \geq 0,$$

and  $v(x)$  is the outer normal of  $\partial\Omega$  at  $x \in \Omega$ .

Conditions of existence and uniqueness of the generalized solution to the direct problem (1) are established.

The inverse problem to (1) is formulated as follows:

for the source term  $F(t, x) = g(t)f(x) + h(t, x)$  we have to reconstruct  $f$  such that the solution  $u$  of (1) satisfies the final overdetermination condition

$$u(T, x) = \psi(x), \quad x \in \Omega,$$

where  $\psi$  is a given function.

Existence and uniqueness of the solutions to both direct and inverse problems are proved.

### ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ДЛЯ ЗБУРЕНОГО ЗА ЧАСОМ РІВНЯННЯ ДИФУЗІЇ

*Розглядається узагальнене дробове за часом рівняння дифузії, що містить молодший член типу згортки. Сформульовано обернену задачу визначення вільного члена у рівнянні. Доведено існування та єдиність розв'язку як прямої, так і оберненої задачі.*