

ГЛАДКИЙ КОНТАКТ ДВОХ ПІВНЕСКІНЧЕННИХ ШТАМПІВ ТА ПРУЖНОЇ СМУГИ

Тарас Клімчук

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, tarasyniv@ukr.net

Постановка задачі. Розглядається стан плоскої деформації в пружній смугі $|x| < \infty$, $|y| \leq h$ шириною $2h$ з коефіцієнтом Пуассона ν та модулем зсуву G (рис. 1). Нижня грань $y = -h$, $-\infty < x < \infty$ смуги жорстко закріплена, а у верхню грань $y = h$ на проміжках $-\infty < x \leq -l$ та $0 \leq x < \infty$ вдавлюються два півнескінченних штампи із прямолінійними основами. Інша частина $-l < x < 0$ верхньої грані $y = h$ вільна від навантаження. На штампи діє рівномірно розподілене вертикальне навантаження інтенсивності p , що призводить до осадки смуги на величину δ ($\delta = (1 - 2\nu)ph / [(1 - \nu)G]$). Сили тертя в області контакту ($x \leq -l$, $x \geq 0$, $y = h$) штампів та пружної смуги відсутні. Подібна задача для випадку вдавлювання одного півнескінченного штампа в пружну смугу розв'язана в [1] методом Вінера – Гопфа. Такі задачі математично еквівалентні задачі про поперечний розтяг пружної смуги, яка містить скінченну або півнескінченну прямолінійну тріщину на осі симетрії.

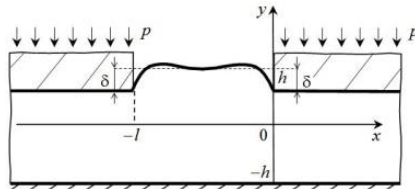


Рис.1. Схема задачі

Розв'язування задачі. Отримано інтегральне рівняння на двох півнескінченних проміжках з різницеvim ядром. Методом Вінера–Гопфа [2] інтегральне рівняння зведено спочатку до системи функціональних рівнянь, коефіцієнт якої факторизовано в нескінченних добутках, а потім – до нескінченної системи алгебричних рівнянь. Розв'язок нескінченної системи рівнянь подано у вигляді рядів за степенями малого параметра $\lambda_0 = e^{-\pi l/4h}$. Виведено аналітичні вирази для напружень в області контакту, на закріпленій грані смуги та для переміщень вільної від навантаження частини верхньої грані смуги. Визначено коефіцієнт інтенсивності контактних напружень.

Результати. Розрахунки проведено для коефіцієнта Пуассона $\nu = 1/3$. На рис. 2 наведено розподіли безрозмірних контактних напружень $\bar{\sigma} = \frac{1}{p} \sigma_y \Big|_{y=h}$ для різних значень відносної відстані між штампами $a = l/(2h)$. Зі збільшенням a розподіли контактних напружень наближаються до аналогічного розподілу із задачі про вдавлювання одного півнескінченного штампа в пружну смугу [1]. На рис. 3 показано безрозмірні нормальні переміщення $\bar{u} = \frac{1}{\delta} u_y \Big|_{y=h}$ вільної від навантаження частини верхньої грані смуги. Максимальне значення \bar{u}_{\max} величини \bar{u} досягається на рівній відстані між краями штампів ($x = -l/2$) при відносних відстанях $a \leq 3$. При $a < 1.193$ значення \bar{u}_{\max} від'ємне, а при $a > 1.193$ – додатне, що вказує на утворення пагорбка на вільній частині межі смуги. Зі збільшенням параметра a ($a > 3$), взаємовплив штампів стає несуттєвим і пагорбок розпадається на два, кожен з яких знаходиться на відстані $2h$ від краю штампів.

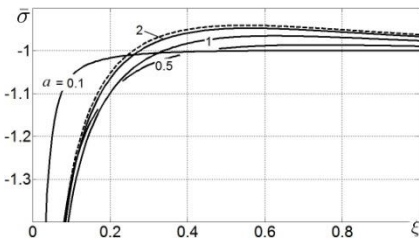


Рис. 2. Контактні напруження

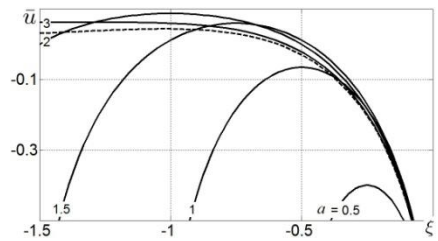


Рис. 3. Нормальні переміщення

1. Улитко А. Ф., Острик В. И. Смешанная задача теории упругости для полосы на жестком основании // Труды III Всероссийской конференции по теории упругости с международным участием. – Ростов-на-Дону: Новая книга, 2004. – С. 372– 375.
2. Нобл Б. Метод Винера–Хопфа. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 280 с.

SMOOTH CONTACT OF TWO SEMI INFINITE STAMPS AND ELASTIC BANDS

In present paper the symmetrical smooth contact problem is considered for two semi-infinite punches with straight-line bases and an elastic strip with rigidly fixed bottom line. An exact analytical solution of the integral equation is obtained by means of the Wiener–Hopf technique. Calculation of stresses and displacement is performed for the different values of the dimensionless distance between the punches. It is indicated on an analogy between the considered contact problem and the problem of the transverse tension of an elastic strip containing a straight-line crack on the symmetry axis. The stress intensity factor is found for the last problem.