Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,
23–25 травня 2017 р., Львів

УДК 517.95

НЕЛОКАЛЬНА БАГАТОТОЧКОВА ЗАДАЧА З УМОВАМИ СТРИБКА ДЛЯ СИСТЕМИ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТА ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯНЬ

Іван Савка[1,2], Людмила Кондратів[1]

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України,
[2]Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника, s-i@ukr.net

Для випадку двох змінних крайові задачі спряження з нелокальними умовами для параболо-гіперболічного рівняння вивчались у роботах [2, 4], а для випадку багатьох змінних – у працях [3, 5].

Нехай Ω^p – p-вимірний тор $(\mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z})^p$, $D^p=(-\alpha,\beta)\times\Omega^p$, $\alpha,\beta>0$, $x=(x_1,\dots,x_p)\in\Omega^p$, $k=(k_1,\dots,k_p)\in\mathbb{Z}^p$, $(k,x)=k_1x_1+\ldots+k_px_p$; H_q $(q\in\mathbb{R})$ – простір, отриманий поповненням множини скінченних тригонометричних поліномів $\varphi(x)=\sum_k\varphi_k\,\mathrm{e}^{i(k,x)}$ за нормою $\|\varphi;H_q\|=$ $=\left(\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}\left(1+\lambda_k^2\right)^q|\varphi_k|^2\right)^{1/2}$, $\lambda_k=(k_1^2+\ldots+k_p^2)^{1/2}$, $C^n(I;H_q)$ ($n\in\mathbb{Z}_+$, I – відрізок дійсної прямої) – простір функцій $u(t,x)=\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}u_k(t)\mathrm{e}^{i(k,x)}$, $u_k(t)\in C^n(I)$, $k\in\mathbb{Z}^p$, таких, що для кожного фіксованого $t\in I$ похідні $\partial^j u(t,x)/\partial t^j\equiv\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}u_k^{(j)}(t)\mathrm{e}^{i(k,x)}$, $0\le j\le n,$ належать до простору H_q, і як елементи цього простору є неперервними за t на I, норму в просторі $C^n(I;H_q)$ задаємо так: $\|u;C^n(I;H_q)\|=\sum_{j=0}^n\max\limits_{t\in I}\|\partial^j u(t,x)/\partial t^j;H_q\|$.

У циліндричній області D^p розглянемо таку задачу: знайти пару функцій $(u,v)=(u(t,x),v(t,x))$, які справджують умови

$$u\in C^2([-\alpha,0];H_q),\quad v\in C^1([0,\beta];H_q)\,, \tag{1}$$

$$\begin{cases} u_{tt}-a^2\Delta_x u=0, & (t,x)\in D_-^p,\\ v_t-b\Delta_x v=0, & (t,x)\in D_+^p, \end{cases} \tag{2}$$

$$u(-0,t)-v(+0,t)=\varphi_1(x), \quad u_t(-0,t)-v_t(+0,t)=\varphi_2(x), \qquad x\in\Omega^p, \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{r}\mu_j u(t_j,x)+\sum_{j=r+1}^{m}\mu_j v(t_j,x)=\psi(x), \qquad x\in\Omega^p, \tag{4}$$

де a, b – додатні числа, $\Delta_x \equiv \partial^2/\partial x_1^2+\ldots+\partial^2/\partial x_p^2$ – оператор Лапласа, $D_+^p = D^p \cap \{t>0\}$, $D_-^p = D^p \cap \{t<0\}$, $\mu_1,\ldots,\mu_m$ – дійсні числа, $-\alpha = t_1 < t_2 < \ldots < t_r < 0 < t_{r+1} < t_{r+2} \ldots < t_{m-1} < t_m = \beta$, $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \psi(x)$ – задані функції.

Коректна розв'язність задачі (1)-(4) пов'язана з проблемою малих знаменників [1], які виникають при побудові рядів-розв'язків задачі.

У доповіді йтиметься про умови єдиності та існування розв'язку задачі (1)-(4), а також про застосування метричного підходу до оцінювання знизу малих знаменників.

1. *Пташник Б. Й., Ільків В. С., Кміть І. Я., Поліщук В. М* Нелокальні крайові задачі для рівнянь з частинними похідними. – К.: Наукова думка, 2002. – 416 с.
2. *Сабитов К. Б.* Краевая задача для уравнения параболо-гиперболического типа с нелокальным интегральным условием // Дифференц. уравнения. – 2010. – **46**, № 10. – С. 1468–1478.
3. *Савка І. Я., Симотюк М. М.* Задача спряження з інтегральною умовою за часовою змінною для мішаного рівняння параболо-гіперболічного типу // Прикарпатський вісник НТШ. Серія «Число». – 2015. – **1** (28). – С. 72–77.
4. *Юнусова Г. Р.* Нелокальные задачи для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. – 2011. – № 8 (89). – С. 108–117.
5. *Kuz' A. M., Ptashnyk B. Yo.* A Problem with Condition Containing an Integral Term for a Parabolic-Hyperbolic Equation // Ukr. Math. J. – 2015. – **67** (5). – P. 723–734.

NONLOCAL MULTIPOINT PROBLEM WITH JUMP CONDITIONS FOR SYSTEM OF HYPERBOLIC AND PARABOLIC EQUATIONS

The conditions of existence and uniqueness of solution to the problem in cylindrical domain are established.