**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,
23–25 травня 2017 р., Львів**

УДК 539.3:534.1

НЕЛІНІЙНІ ДРУГІ ГАРМОНІКИ ЛОКАЛІЗОВАНИХ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ ПРИ НЕІДЕАЛЬНОМУ КОНТАКТІ МАТЕРІАЛІВ

Надія Жоголева

Інститут прикладної математики і механіки НАН України, zhogoleva.nadia@gmail.com

Розглядається хвилеводна структура, утворена анізотропним шаром класу m3m кубічної системи, який займає область $V_1 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, -h \le x_3 \le 0\}$ в системі нормованих прямокутних координат $Ox_1x_2x_3$, і однотипними півпросторами з анізотропного матеріалу аналогічного класу, які займають області $V_2 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, -\infty < x_3 < -1\}$, $V_3 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, 1 < x_3 < \infty\}$. Між компонентами хвилеводу наявний неідеальний ковзний контакт. Фізико-механічні властивості компонент хвилевода V_p характеризуються пружними сталими другого порядку $\tilde{c}_{ij}^{(p)} = c_{ij}^{(p)} c_*$, третього порядку $\tilde{c}_{ijk}^{(p)} = c_{ijk}^{(p)} c_*$ і густиною $\tilde{\rho}_p = \rho_p \rho_*$.

Для аналізу нелінійних ангармонічних ефектів при поширенні локалізованих SH хвиль уздовж координатного напрямку Ox_1, колінеарного напрямкам кристалографічних матеріалів шару та півпросторів, використовується модель фізично та геометрично нелінійного динамічного деформування, яка базується на тензорному представленні пружного потенціалу $\tilde{U}$ та представленнях для кінцевих механічних деформацій $\tilde{\varepsilon}_{rk}$.

$$\tilde{U} = \frac{1}{2}\tilde{c}_{jqrk}\tilde{\varepsilon}_{jq}\tilde{\varepsilon}_{rk} + \frac{1}{6}\tilde{c}_{jqrklm}\tilde{\varepsilon}_{jq}\tilde{\varepsilon}_{rk}\tilde{\varepsilon}_{lm}, \quad \tilde{\varepsilon}_{rk} = \frac{1}{2}\left(\tilde{u}_{r,k} + \tilde{u}_{k,r} + \tilde{u}_{l,r}\tilde{u}_{l,k}\right). \quad (1)$$

Використовується концепція визначення складових хвилевого поля в компоненті V_p у вигляді відрізка розкладання по степеням малого параметру $\vec{u}^{(p)} = \vec{u}^{(p,l)} + \delta \vec{u}^{(p,n)}$, де $\delta = u_* / R_*$; $u_* = \max\limits_{\{x_1, x_2, x_3, t, j\}} \left|\tilde{u}_j(x_1, x_2, x_3, t)\right|$; $\tilde{u}_j = u_j u_*$; R_* - характерний параметр лінійної розмірності. На основі даного підходу розглянута задача зводиться до однорідної спектральної задачі відносно комплексної вектор-функції переміщень $\vec{u}^{(p,l)}$ лінійних хвиль та неоднорідної крайової задачі визначення функції переміщень $\vec{u}^{(p,n)}$

для нелінійних ангармонічних збурень (других гармонік локалізованих SH хвиль)

$$(\sigma_{ij,j}^{(p,l)})_{\vec{u}^{(p)}=\vec{u}^{(p,n)}} - \rho_p \ddot{u}_i^{(p,n)} = -(\sigma_{ij,j}^{(p,n)})_{\vec{u}^{(p)}=\vec{u}^{(p,l)}}, \qquad (2)$$

$$(\sigma_{33}^{(1,l)})_{\vec{u}^{(1)}=\vec{u}^{(1,n)}} + (\sigma_{33}^{(1,n)})_{\vec{u}^{(1)}=\vec{u}^{(1,l)}} = (\sigma_{33}^{(2,l)})_{\vec{u}^{(2)}=\vec{u}^{(2,n)}} + (\sigma_{33}^{(2,n)})_{\vec{u}^{(2)}=\vec{u}^{(2,l)}},$$

$$(\sigma_{3i}^{(1,l)})_{\vec{u}^{(1)}=\vec{u}^{(1,n)}} + (\sigma_{3i}^{(1,n)})_{\vec{u}^{(1)}=\vec{u}^{(1,l)}} = 0, \quad (\sigma_{3i}^{(2,l)})_{\vec{u}^{(2)}=\vec{u}^{(2,n)}} +$$

$$+(\sigma_{3i}^{(2,n)})_{\vec{u}^{(2)}=\vec{u}^{(2,l)}} = 0 \quad (i=\overline{1,3}),\ u_i^{(2,n)} = u_i^{(1,n)} \text{ при } x_3 = \pm 1 \qquad (3)$$

На першому етапі задачі знаходиться представлення для комплексних функцій хвилевих зсувів $u_2^{(p,l)}$ в лінійних SH хвилях для компоненти V_p:

$$u_{2q}^{(l,1)} = u_{2q}^{(0)} \cos(\alpha^{(q)} x_3) E_1,\ u_{2q}^{(l,2)} = 0,\ u_{2q}^{(l,3)} = 0,\ \alpha^{(q)} = q\pi/2 \quad (q=\overline{0,\infty}). \quad (4)$$

Другими гармоніками локалізованих зсувних хвиль є хвилі P-SV типу. Компоненти $u_j^{(p,n)}$ $(j=1, j=3)$ визначаються зі співвідношень (2), (3) в аналітичній формі і мають структуру:

$$u_1^{(1,n)} = (u_2^{(0)})^2 (\tilde{\lambda}_{11}\cos(\varsigma_1^{(1)}x_3) + \tilde{\lambda}_{12}\cos(\varsigma_2^{(1)}x_3) + \tilde{\mu}_{11}\sin(\varsigma_1^{(1)}x_3) +$$
$$+\tilde{\mu}_{12}\sin(\varsigma_2^{(1)}x_3) + \nu_1 + \chi_1\cos(2\alpha^{(1)}x_3) + \xi_1\sin(2\alpha^{(1)}x_3))E_2,$$
$$u_3^{(1,n)} = (u_2^{(0)})^2 (\tilde{\lambda}_{31}\sin(\varsigma_1^{(1)}x_3) + \tilde{\lambda}_{32}\sin(\varsigma_2^{(1)}x_3) + \tilde{\mu}_{31}\cos(\varsigma_1^{(1)}x_3) +$$
$$+\tilde{\mu}_{32}\cos(\varsigma_2^{(1)}x_3) + \nu_3 + \chi_3\sin(2\alpha^{(1)}x_3) + \xi_3\cos(2\alpha^{(1)}x_3))E_2, \qquad (5)$$
$$u_j^{(2,n)} = (u_2^{(0)})^2 (\tilde{\beta}_{j1}^{(2)}\exp(\varsigma_1^{(2)}x_3) + \tilde{\beta}_{j2}^{(2)}\exp(\varsigma_2^{(2)}x_3))E_2.$$

1. *Рущицький Я. Я.* Особливості розвитку теорії пружних нелінійних хвиль // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – Т. 46, № 1. – С. 90-105.
2. *Щербак Н. В., Сторожев В. І.* Анализ нелинейных ангармонических возмущений для упругих SH-волн, локализованных в кристаллическом слое между анизотропными полупространствами // Труды института прикладной математики и механики. Том 19. Донецк: Цифрова типографія, 2009. – С 234-243.

NONLINEAR SECOND HARMONICS OF LOCALIZED ELASTIC WAVES UNDER MATERIALS NONIDEAL MECHANICAL CONTACT

An analytic solution to a problem of localized shear waves nonlinear second harmonics in an anisotropic layer between similar anisotropic half-spaces under the condition of slip contact of materials is built and analyzed.