

РОЗСІЯННЯ SH-ХВИЛЬ НА ПЕРІОДИЧНІЙ СИСТЕМІ ТОНКИХ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ВКЛЮЧЕНЬ

Роман Рабош, Юлія Максимів

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача
НАН України, rabosh@iapmm.lviv.ua

У даній роботі запропоновано методика дослідження пружних хвильових полів, дифрагованих періодичною системою тонкостінних п'єзоелектричних включень за умов антиплоского зсуву. Матеріал і форма неоднорідностей є однаковими.

Математичне моделювання процесу хвилеутворення здійснюватимемо відносно центрального включення. Повне поле зміщень у матриці $u(\mathbf{x})$ представимо у вигляді суми падаючої хвилі $u^{in}(\mathbf{x})$ та хвиль дифрагованих неоднорідностями:

$$u(\mathbf{x}) = u^{in}(\mathbf{x}) + u_0^s(\mathbf{x}) + u_1^s(\mathbf{x}),$$

де $u_0^s(\mathbf{x})$ – поле, дифрагване центральним включенням; $u_1^s(\mathbf{x})$ – зміщення, дифраговані всіма включеннями окрім центрального. На межі матриці і неоднорідностей наявні умови ідеального механічного контакту та електричної ізоляції.

Вважаємо, що матеріали включень і матриці неконтрастні. Якщо ввести малий параметр $\varepsilon = a^{-1} \max_{|x_1| < a} h(x_1) \ll 1$, який характеризує товщину $h(x_1)$ неоднорідностей, і скористатися методом складених асимптотичних розкладів, то отримаємо ефективні граничні умови динамічної взаємодії включень і середовища

$$\Psi(x_1) = (1 - \gamma_*) \frac{\partial}{\partial x_1} h(x_1) \frac{\partial u^{in}(\mathbf{x})}{\partial x_1} + (k^2 - \gamma_* k_0^2) h(x_1) u^{in}(\mathbf{x}),$$

$$\Phi(x_1) = \frac{1 - \gamma_*}{\gamma_*} h(x_1) \frac{\partial u^{in}(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \quad |x_1| < a, \quad x_2 = 0; \quad \gamma_* = \gamma(1 + \eta^2), \quad (1)$$

де $\Phi(x_1)$ і $\Psi(x_1)$ – стрибки переміщень і їхніх похідних по координаті x_2 через серединну лінію включення; k і k_0 – хвильові числа матриці і

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,
27–29 травня 2019 р., Львів**

неоднорідності; γ і η – відносна жорсткість матеріалу включення і коефіцієнт електромеханічного зв'язку; $2a$ – довжина включення.

Слід зауважити, що дані умови збігаються з відповідними рівностями для випадку одного неконтрастного п'єзоелектричного включення [1].

Рівняння руху в матриці та граничні умови на межі включень можна подати з допомогою змінних $u^1(\mathbf{x})$ при $x_2 > 0$ та $u^2(\mathbf{x})$ при $x_2 < 0$. Тоді застосовуючи метод інтегрального перетворення Фур'є та використовуючи модель (1), отримаємо вирази для зміщень $u^1(\mathbf{x})$ і $u^2(\mathbf{x})$. У випадку нормального падіння хвиль $u^{in}(\mathbf{x})$ розв'язок задачі можна представити з допомогою формул

$$\begin{aligned}u^1(\mathbf{x}) &= u^{in}(\mathbf{x}) + Re^{ikx_2}, \quad u^2(\mathbf{x}) = Te^{-ikx_2}, \\u^{in}(\mathbf{x}) &= u_0 e^{-ikx_2}, \quad R = u_0 a_1(0), \quad T = u_0(1 + a_2(0)), \\a_1(0) &= \frac{1}{4di} \left[k \frac{1 - \gamma_*}{\gamma_*} + \frac{k^2 - \gamma_* k_0^2}{k} \right] \Phi_0(0), \\a_2(0) &= \frac{1}{4di} \left[-k \frac{1 - \gamma_*}{\gamma_*} + \frac{k^2 - \gamma_* k_0^2}{k} \right] \Phi_0(0), \quad \Phi_0(0) = \int_{-a}^a h(x_1) dx_1.\end{aligned} \tag{2}$$

Таким чином отримані формули дають змогу вивчити вплив форми та електромеханічних властивостей пружної системи на розсіянні хвильові поля.

1. *Rabosh R. V.* Dynamic interaction between elastic medium and thin curvilinear piezoelectric inclusion under longitudinal vibration of composite // *Journal of Mathematical Sciences.* – 2010. – V. 168, № 5. – P. 625–632.

**SH-WAVE SCATTERING ON THE PERIODIC SYSTEM OF THIN
PIEZOELECTRIC INCLUSIONS**

The method to study SH-waves scattering by a periodic system of thin-walled piezoelectric inclusions in an elastic medium is proposed. Components of the electroelastic system are in the ideal mechanical contact and electrical induction on the inclusion surface equals zero. The method is based on the theory of singular perturbations and Fourier transformation.