**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2021»,
26–28 травня 2021 р., Львів**

УДК 517.91

ГОДОГРАФ МИХАЙЛОВА СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Артем Чуйков, Залмен Філер

Відокремлений структурний підрозділ «Київський фаховий коледж комп'ютерних технологій та економіки НАУ», chyikov.artem@gmail.com, zalmenfilier3319@gmail.com

Для встановлення стійкості системи диференціальних рівнянь $dx/dt = Ax,\ x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, відомі методи Рауса-Гурвіца, які зводяться до встановлення нерівностей, з елементів матриці A. Альтернативою став з 1938 р. метод *годографа* характеристичного многочлена, запропонований А.В. Михайловим. Академік А.Н. Крилов у 1937 р. запропонував алгоритм отримання рівняння $\det(A - zE) = 0$ у вигляді $P(z) = z^n + b_{n-1}z^{n-1} + \ldots + b_1 z + b_0$. Вони передбачали побудову *нескінченного* годографа $P(i\omega),\ 0 < \omega < \infty$. З.Ю. Філєр у 70-ті роки запропонував перетворення годографа за допомогою формули $P_1(t) = (1-t)^n \cdot P(it/(1-t))$; у 2017 р. – фінітизацію площини з годографом.

Мета роботи: показати можливості побудови годографа системи та доцільність отримання годографа без розкриття многочлена.

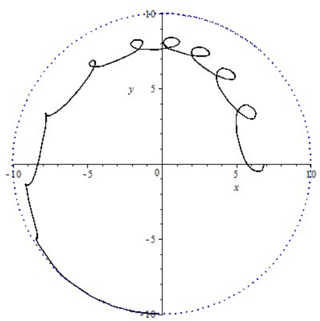

Рис. 1. Годограф многочлена $P(z)=2e^{-19z}+9+17z+5z^2+3z^3$

Робота заснована на можливості сучасних ПК працювати з потужними пакетами програм, які реалізують роботу з комплексними числами і функціями. З.Ю. Філєр у 1986 році запропонував фінітизацію натурального ряду, використовуючи геометричну прогресію для послідовних одиниць за допомогою відображення $n' = (1-q^n)/(1-q),\ 0 < q < 1$. При цьому нескінченності відповідає число $R = 1/(1-q)$. Пізніше цей метод був узагальнений для фінітизації числової осі, площини і простору формулою $x' = x/|x| \cdot (1-q^{|x|})/(1-q)$. (*) Фінітизацію комплексної площини з годографом $P(z)$, який їй належить, можна здійснювати за тією ж формулою.

Наприклад, для рівняння 3-го порядку з запізненням у другій похідній на 5 одиниць годограф зображений на рис. 1. Він вписаний у круг радіуса R=10.

Застосуємо для системи диференціальних рівнянь алгоритм реалізації формули (*) для фінітизації площини разом з годографом. Так, для матриці четвертого порядку

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 0{,}0015 & -0{,}023 & -0{,}051 \\ 0{,}19 & -44 & 0{,}037 & 0{,}256 \\ 0{,}04 & -23 & -28 & 0{,}034 \\ 0{,}008 & 0{,}04 & 0{,}087 & -3 \end{pmatrix}$$

отримаємо криву, зображено на рис. 2. Графіки побудовано у пакеті символьних обчислень Maple-17, у якому є команда для отримання характеристичного многочлена. Для системи з запізненням у елементі $a_{44} := -2 + 10e^{-0.3\lambda}$ отримаємо годограф, зображений на рис. 3. Очевидно, вона нестійка, оскільки годограф на початку не охоплює точку O.

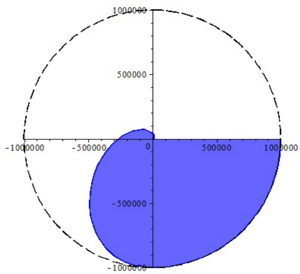

Рис. 2. Годограф стійкої системи

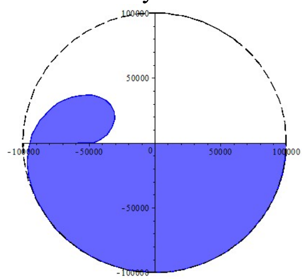

Рис. 3. Годограф системи з запізненням

1. Філєр З. Ю., Музиченко О. І. Коливання та стійкість систем із запізненнями //Інформаційні технології в освіті, науці і техніці. Матеріали VI Всеукраїнської конференції молодих науковців ІТОНТ-2008. 5-7 травня 2008 року. – Черкаси: ЧНУ, 2008. – С. 45.
2. Филер З.Е., Чуйков А.С. Устойчивость линейных дифференциальных уравнений с запаздыванием // Priority directions of science and technology development. Abstracts of the 5th International scientific and practical conference. SPC ―Sci-conf.com.ua. Kyiv, Ukraine. 2021. P. 557-565.

MYKHAYLOV HODOGRAPH FOR THE SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

A method of finitization of the Mikhaylov hodograph to determine the stability of the system of differential equations is considered. Using the Maple-17 package, hodographs of a stable system and an unstable system with a delay were built.