

## ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН СЕРЕДОВИЩА ІЗ ДЕФОРМІВНИМ НИТКОВИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Тетяна Третяк, Тетяна Служик, Ярослав Пастернак

Луцький національний технічний університет, e-mail: [tinatretiak@gmail.com](mailto:tinatretiak@gmail.com)

Вивчення ниткових чи голчатих неоднорідностей стосуються лише поодинокі роботи, у яких розв'язок отримують на підставі застосування граничного переходу до задач про абсолютно жорсткі еліпсоїдні включення, спрямовуючи два їхні розміри до нуля (наприклад, [1]). Проте з огляду на важливість подібних розв'язків, зокрема, і для побудови теорії волокнистих композитів, актуальним завданням є створення загальних методів аналізу напруженого стану тіл із недеформівними та деформівними нитковими включеннями.

У даному дослідженні отримано математичні моделі термопружних ниткових неоднорідностей на підставі застосування узагальненого принципу спряження континуумів різної вимірності, згідно якого ниткова неоднорідність моделюється просторовою кривою із певним розподілом теплових джерел та сил (функціями впливу неоднорідності), які необхідно визначити. Після відшукання цих функцій, термонапружений стан середовища визначається на основі побудованих у роботі інтегральних формул, що випливають із розширеної тотожності Сомільяни термопружності [2]. Розглянута задача зведена до інтегральних рівнянь, які після регуляризації вдалося розв'язати на основі використання рядів за поліномами Лежандра.

Для прикладу, розглянемо ізотропне термопружне середовище із коефіцієнтом Пуассона  $\nu = 0.3$ , що містить прямолінійне деформівне ниткове включення завдовжки  $2a$ . Паралельно до осі неоднорідності у середовищі заданий однорідний потік теплоти інтенсивністю  $h^0$ . Неоднорідність не отримує зовнішнього тепла та не взаємодіє зі сторонніми по відношенню до середовища полями чи тілами. Вивчимо вплив безрозмірних відносних термоопору  $\eta$ , податності  $\chi$  та теплового розширення  $\tilde{\alpha} = \alpha^i / \alpha$  на характер функцій впливу температури  $\gamma(\tilde{x})$  та зусиль  $p_1(\tilde{x})$  ниткової неоднорідності.

На рис. 1 зображено вплив на функції  $\gamma(\tilde{x})$  та  $p_1(\tilde{x})$  відносного термоопору ниткової неоднорідності у випадку відсутності її

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2021»,  
26–28 травня 2021 р., Львів**

термомеханічних деформацій ( $\chi = \tilde{\alpha} = 0$ ). Видно, що зі збільшенням термоопору неоднорідності  $\eta$  зменшуються значення функції впливу  $\gamma(\tilde{x})$ . Причому при великих  $\eta$  ця функція наближається до нуля, що відповідає фізичним проявам явища, адже неоднорідність у цьому випадку стає практично теплоізолюваною, а для останньої  $\gamma(\tilde{x}) \equiv 0$ .

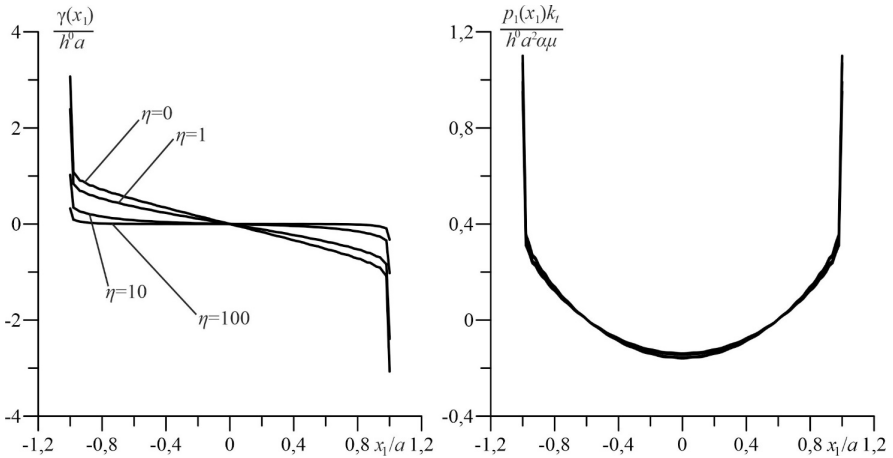


Рисунок 1 – Функції впливу недеформівного теплопровідного включення

Отримані моделі теплопровідних деформівних неоднорідностей дають можливість аналізувати за допомогою запропонованого підходу реальні матеріали із волокнистим наповненням. З'ясовано істотний вплив термоопору, податності та теплового розширення матеріалу неоднорідності на фізико-механічні поля у середовищі.

1. Grinchenko V.T., Ulitko A.F. On local singularities in mathematical models of physical fields // Journal of Mathematical Sciences. – 1999. – Vol. 97, No. 1. – P. 3777–3795.
2. Пастернак Я.М., Сулим Г.Т., Пастернак Р.М. Узагальнена тотожність Сомільяни для термомагнітоелектропружних анізотропних тіл // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2013. – 56, № 3. – С. 158–169.

**THERMOELASTIC STATE OF A MEDIUM CONTAINING  
DEFORMABLE THREAD-LIKE INCLUSION**

*This study considers thermal stresses induced by a thread-like thermoelastic inhomogeneity. The problem is reduced to boundary integral equations, which are solved analytically in the form of Legendre polynomial expansions.*