

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2024»,  
27–29 травня 2024 р., Львів**

УДК 531.51

**ПРО РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯНЬ  
МАТІСОНА-ПАПАЕТРУ В МЕТРИЦІ ШВАРЦШІЛЬДА**

**Феник Микола**

*Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С.  
Підстригача НАНУ*

fenuk85@gmail.com

Рух пробного тіла (частки) з внутрішнім кутовим моментом (спіном) у гравітаційному полі в рамках загальної теорії відносності описують рівняння Матісона-Папапетру (МП), які узагальнюють рівняння геодезійних ліній для безспінової частки. Рівняння МП є системою звичайних диференціальних рівнянь, у якій невідомі функції – координати і компоненти 4-швидкості частки, а також величини, що визначають орієнтацію спіну. Для адекватного опису траєкторії частки конкретизують точку, що є її центром маси, з цією метою самі рівняння МП доповнюють ще одним співвідношенням. Відповідне співвідношення вперше увів Матісон, його згодом використав Пірані й тепер воно відоме під назвою доповняльної умови Матісона-Пірані. Однак, на що уперше звернув увагу Меллер, в релятивістській механіці розташування центра маси протяжного тіла з внутрішнім обертанням залежить від його швидкості, на відміну від класичної механіки. Тобто, є не один, а безліч центрів маси, які зосереджені в так званому диску центрів маси. Серед їх усіх є один, рух якого безпосередньо описує переміщення (траєкторію) частки – його називають власним центром маси. При аналізі розв'язків рівнянь МП із вказаною доповняльною умовою важливе завдання полягає у виділенні (ідентифікації) розв'язків які відповідають саме власному центру маси.

У нашому дослідженні розглянуто різні типи рухів спінової частки в екваторіальній площині в стандартних координатах Шварцшільда, коли спін ортогональний до цієї площини. У цьому випадку система рівнянь МП зводимо до чотирьох рівнянь першого порядку диференціювання, які містять перші інтеграли руху, енергію  $E$  та момент кількості руху  $J$  як параметри. Також у правих частинах цих рівнянь є малий параметр, пропорційний до величини спіну, у степені  $-1$ . Проаналізовано зміну розв'язків рівнянь МП залежно від зміни параметрів  $E$  і  $J$  при фіксованих початкових значеннях координат, швидкості та величини спіну. Подано відповідні графіки. Отримані результати важливі в контексті подальших досліджень актуальних

<http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2024>

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2024»,  
27–29 травня 2024 р., Львів**

випадків ультрарелятивістських рухів спінової частки у гравітаційному полі чорних дір.

**ON SOLUTIONS OF MATHISSON-PAPAPETROU EQUATIONS  
IN SCHWARZSCHILD'S METRIC**

By analyzing the Mathisson-Papapetrou (MP) equations with the additional Mathisson-Pirani condition, we consider solutions that describe motions of the proper and non-proper centers of mass. An important task is the selection (identification) of solutions that correspond just to the proper center of mass.

In our approach, different types of motions of a spinning particle in the equatorial plane in standard Schwarzschild's coordinates were investigated, when the spin is orthogonal to this plane. In this case, the system of MP equations is reduced to the four equations of the first order of differentiation by the particle's proper time, which contain the constants of motion, the energy  $E$  and the angular momentum  $J$ , as parameters. Also, in the right-hand parts of these equations, there is a small parameter proportional to the value of spin, to the power of  $-1$ . The change in the solutions of the MP equations depending on the value of  $E$  and  $J$ , at fixed initial values of the coordinates, velocity, and spin was analyzed. Corresponding graphs are provided. The obtained results are important in the context of further studies of actual cases of ultrarelativistic motions of a spinning particle in the gravitational field.