

УДК 539.3

ТЕРМОПРУЖНІСТЬ КВАЗІКРИСТАЛІЧНОГО СЕРЕДОВИЩА ІЗ ТРІЩИНОЮ ЗА ДОВІЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУРИ НА ЇЇ БЕРЕГАХ

Ярослав Пастернак, Ігор Гоцик

Волинський національний університет імені Лесі Українки, м. Луцьк,
e-mail: iaroslav.pasternak@vnu.edu.ua, gotsyk.igor@vnu.edu.ua

У даному дослідженні здійснено математичне моделювання плоских задач термомеханіки квазікристалічних середовищ за допомогою розширеного формалізму Стро [1]. Розглянуто плоску задачу термопружності для безмежного квазікристалічного середовища із прямолінійною тріщиною завдовжки $2a$ (рис. 1). Центр системи координат Ox_1x_2 розташовано у центр тріщини, а вісь Ox_1 спрямовано уздовж її лінії. Вважається, що на берегах тріщини симетрично задана температура із розподілом $\theta^c(x_1)$, а поза її поверхнею на осі Ox_1 у точках x_1^k ($|x_1^k| > a$) розташовані N зосереджених джерел тепла інтенсивності q_k ($k = 1, \dots, N$). Поверхні тріщини є вільними від механічних навантажень.

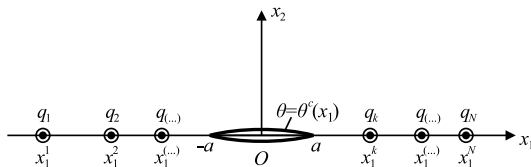


Рис. 1: Схема задачі

Інтегральні рівняння результуючої задачі, за умови сталої температури на берегах тріщини, розглянуто в [2]. Натомість у цьому дослідженні температура берегів тріщини вважалася довільною. Без зменшення загальності її було подано у вигляді розкладу в ряд за поліномами Чебишова першого роду $T_k(x)$:

$$\theta^c(x_1) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k T_k(x_1/a). \quad (1)$$

Доведено, що за заданого розподілу температури (1) на поверхнях тріщини, температура у віддаленій точці квазікристалічного середовища дорівнюватиме:

$$\theta^\infty = \frac{1}{2\pi k_t} \sum_{k=1}^N q_k \ln \left(|\lambda_k| + \sqrt{\lambda_k^2 - 1} \right) + b_0. \quad (2)$$

Коефіцієнти інтенсивності теплових потоків у вершинах тріщини до-
рівнюють

$$K_{h2}(\pm a) = -\frac{1}{\sqrt{\pi a}} \left[\sum_{k=1}^N \frac{q_k \sqrt{\lambda_k^2 - 1}}{2|\lambda_k \mp 1|} - \pi k_t \sum_{k=1}^{\infty} (\pm 1)^k k b_k \right]. \quad (3)$$

Вектор коефіцієнтів інтенсивності фононно-фазонних напружень у вер-
шинах тріщини можна обчислити за формулою

$$\tilde{k}^{(1)}(\pm a) = \gamma_3 \sqrt{\pi a} \left[\frac{1}{2\pi k_t} \sum_{k=1}^N q_k \ln \left(|\lambda_k| + \sqrt{\lambda_k^2 - 1} \right) \mp \frac{b_1}{2} \right]. \quad (4)$$

Із виразів (2)–(4) можна зробити висновок, що вплив розподілу тем-
ператури на коефіцієнти інтенсивності фононно-фазонних напружень ви-
значається лише другим членом розвинення температури поверхонь трі-
щини як функції координати у ряди Чебишова. Причому, якщо він нульовий,
то коефіцієнти інтенсивності фононно-фазонних напружень будуть
однаковими в обох вершинах тріщини навіть за несиметричного стосовно
її центра розподілу температур її поверхонь. Натомість відповідно до (3)
цей нерівномірний розподіл впливатиме на значення коефіцієнтів інтен-
сивності теплового потоку у вершинах тріщини, адже згідно з (3) усі крім
першого коефіцієнти розвинення (1) визначають їх.

1. Кушнір Р., Пастернак Я., Сулим Г. Розширений формалізм Стро для
розв'язування плоских задач теорії термопружності квазікристалічних середо-
вищ. XXIII МНТК “Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта”,
Київ, 2023. <http://conf.mmi.kpi.ua/proc/article/view/277903>.
2. Пастернак Я., Гоцьк І. Термопружність квазікристалічного середовища
із тріщиною за дії зосереджених джерел тепла. V-і читання А.В. Сві-
дзинського: матеріали доповідей, Луцьк: Вежа-Друк, 2024. - с. 33.
<https://evnuir.vnu.edu.ua/bitstream/123456789/23788/1/34.pdf>

THERMOELASTICITY OF A QUASICRYSTAL MEDIUM WITH A CRACK UNDER ARBITRARY TEMPERATURE OF ITS FACES

*Boundary integral equations are obtained for solving thermoelasticity problems
of quasicrystals for a heated rectilinear crack under the action of a system of
concentrated heat sources along its axis extensions. It is shown that for arbitrary
temperature distribution on the crack, only the second term in the temperature
function expansion in a series of Chebyshev polynomials of the first kind will
influence the phonon-phason stress intensity factors.*