

ПРО СПРАВЕДЛИВУ ПРЕДСТАВИМІСТЬ СОЦІАЛЬНО ВІДДІЛЕНИХ ПІДМНОЖИН ПРЯМОЇ

Михайло Митрофанов Олександр Равський

*Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН
України*

alexander.ravsky@uni-wuerzburg.de

Під час пандемії COVID-19 Сегал-Халеві сформулював наступне математичне узагальнення проблеми з [1]. Маючи сім'ю множин соціально відділених людей, потрібно вибрати множину соціально відділених представників цієї сім'ї. Вибір є справедливим, тобто з кожної множини сім'ї має бути вибраним рівно один представник.

На жаль, виявляється, що, подібно до іншого результату з теорії соціального вибору, відомої теореми Ерроу [2], навіть у цій ідеалізованій простій математичній моделі у деяких випадках справедливий вибір часто є важкодосяжним, а то і неможливим. Тому питання розв'язності проблеми справедливого вибору лишається відкритим навіть для випадку сім'ї підмножин дійсної прямої.

Ми розглядаємо наступний варіант проблеми. Підмножина дійсної прямої є *відділеною*, якщо відстань між будь-якими двома різними точками цієї множини є принаймні два. Послідовність (k_1, \dots, k_n) натуральних чисел є *представимою*, якщо для будь-якої послідовності (A_1, \dots, A_n) таких відділених множин, що $|A_i| = k_i$ для кожного i , існує така відділена n -елементна множина $\{a_1, \dots, a_n\}$, що a_i належить A_i для кожного i .

Отримано характеристику послідовностей в термінах комбінаторики слів, що дало можливість описати усі представимі послідовності довжини не більше за п'ять, та частину таких послідовностей довжини шість, і побудувати певні загальні конструкції та оцінки. У багатьох випадках застосовувався потужний комп'ютерний перебір.

1. *Segal-Halevi E.* Choosing representatives with spatial separation // Mathematics Stack Exchange, <http://math.stackexchange.com/q/3702472>.
2. *Arrow K.J.* A Difficulty in the Concept of Social Welfare // Journal of Political Economy – 1950. – **58:4** – p. 328-346.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2024»,
27–29 травня 2024 р., Львів**

**ON FAIR REPRESENTABILITY OF SOCIALLY DISTANT SUBSETS OF
THE REAL LINE**

We consider the following problem from combinatorial geometry, suggested by the COVID-19 pandemic. Given a family of sets of socially distant people, we have to choose a set of socially distant representatives of the family. Unfortunately, the fair choice is hard and even impossible in some cases, even for the real line case considered in the paper, although for it we obtained the problem reformulation in terms of combinatorics of words.