

## ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ КОНВЕКТИВНОЇ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ КОМПОЗИТУ ПОЛІМЕР-КАРТОН

Коляно Я. Ю., Сасс Т. С., Ключ М. М.

Українська академія друкарства, kolyanoslav@gmail.com

У поліграфії у виробничих процесах значна частина багат шарових матеріалів (композитів) піддається тепловій обробці (нагріванню, сушінню). Наприклад, певні види паперу, картону, пакувальні матеріали, ламіновані відбитки, полімерні плівки, палітурні кришки тощо. Шари створюються із матеріалів із якісно іншими властивостями. У роботі досліджується математична модель нестационарного конвективного нагрівання двошарової пластини.

**Фізична постановка задачі:** розглядається необмежена пластина товщиною  $h$ , що складається із двох шарів, які мають різні теплофізичні параметри і товщини  $h_1, h_2$ . Початкова температура цих шарів однакова  $t_0$ . У початковий момент часу  $\tau = 0$  композит поміщається у середовище з температурою  $t_c$ . Між граничними поверхнями і оточуючим середовищем відбувається конвективний теплообмін. На границі розділу між шарами приймаються умови ідеального теплового контакту. Потрібно знайти: розподіл температури пластини в довільній точці  $z$  залежно від часу  $\tau$ .

**Математична постановка задачі** виглядає наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} = \frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1}{\partial \tau}, \quad -h_1 \leq z \leq 0, \quad \tau > 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} = \frac{1}{a_2} \frac{\partial T_2}{\partial \tau}, \quad 0 \leq z \leq h_2, \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1(z, \tau) = T_2(z, \tau) = 0, \quad \tau = 0, \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} - \alpha(T_1 - T_c) = 0, \quad z = -h_1, \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} + \alpha(T_2 - T_c) = 0, \quad z = h_2, \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1(z, \tau) = T_2(z, \tau), \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z}, \quad \text{при } z = 0, \end{array} \right. \quad (6)$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2024»,  
27–29 травня 2024 р., Львів**

де  $T_1 = t_1(z, \tau) - t_0$ ,  $T_2 = t_2(z, \tau) - t_0$  — температури шарів,  $T_c = t_c - t_0$ .

До задачі (1)-(6) застосовується інтегральне перетворення Лапласа по часу і отримується крайова задача. У результаті розв'язання цієї задачі, завдяки теоремі розкладу Ващенко-Захарченка, отримано вирази для температур  $T_1(z, \tau)$  і  $T_2(z, \tau)$  пластини у вигляді рядів:

$$\frac{T_1(z, \tau)}{T_c} = \frac{2 + Bi(1 + K_h K_\varepsilon)}{2 + Bi(1 + \beta K_\varepsilon)} - 2Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_1(Z, \mu_n)}{\mu_n \Psi(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 Fo}, \quad -h_1 \leq z \leq 0; \quad (7)$$

$$\frac{T_2(z, \tau)}{T_c} = \frac{2 + Bi(1 + K_h K_\varepsilon)}{2 + Bi(1 + \beta K_\varepsilon)} - 2Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_2(Z, \mu_n)}{\mu_n \Psi(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 Fo}, \quad 0 \leq z \leq h_2. \quad (8)$$

**Чисельний аналіз.** Рахунки здійснювались згідно формул (7) і (8) для композиту поліуретан-картон при наступних вхідних параметрах:  $t_c = 80^\circ\text{C}$ ,  $t_0 = 10^\circ\text{C}$ , що відповідає виробничим та експериментальним значенням [1-3]. З нестационарних графіків розподілів температур можна спостерігати виникаючі температурні градієнти по товщині пластини. Найбільші прослідковуються у початкові моменти і продовжуються до моменту  $\tau \approx 3,87$  хв для пластини 2 мм (1+1 мм) та  $\tau \approx 38,7$  хв — для 10 мм (1+9 мм). Зі збільшенням товщини зростає величина градієнтів. Пропонуються чисельні обрахунки стаціонарних температур для композитів поліпропілен-картон, поліетилен-картон, бавовна-картон, поширених у пакувальній та оздоблювальній поліграфічній продукції.

1. Kolyano Y. Y., Sass T. S., Ivanik E. G. Modeling of Conductive Drying Polygraphic Materials of Capillary-Porous Colloidal Structure // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2018. — Vol. 91. No. 5. — Pp. 1165-1174.

2. Коляно Я. Ю., Сеньківський В. М., Марчук (Свирид) О. Р., Мельник К. І. Чисельне порівняння нестационарного конвективного і кондуктивного нагрівання одношарових поліграфічних матеріалів // Поліграфія і видавнича справа. — Львів: УАД, 2020. — №2(80). — С. 81-99.

3. Коляно Я. Ю., Сеньківський В. М., Мельник К. І., Ключ М. М. Дослідження кондуктивного нагрівання дво- та тришарових поліграфічних матеріалів // Поліграфія і видавнича справа. — Львів: УАД, 2022. — №2(84). — С. 709-122.

**NUMERICAL ANALYSIS OF NON-STATIONARY CONVECTION HEAT CONDUCTION PROBLEM FOR POLYMER-CARDBOARD COMPOSITE**

*Many printing materials undergo thermal treatment at various stages of production. The main obstacle to intensive thermal treatment is the occurrence of significant temperature and moisture gradients, which lead to stresses and deformations. Graphs of non-stationary convective temperature are presented for a two-layer polyurethane-cardboard plates, with observations made on the emerging temperature gradients.*