**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2024»,
27–29 травня 2024 р., Львів**

УДК 393.3

РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ПОЧАТКОВО-КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ЧИСЕЛЬНИМИ МЕТОДАМИ

Володимир Шуфляк

ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України

v.shufliak@gmail.com

Метою роботи було на прикладі одновимірної задачі теплопровідності зі залежним від температури коефіцієнтом теплопровідності $\kappa(u) = \kappa_0 \Lambda(u)$ і сталими щільністю ρ і теплоємністю c_p, проілюструвати методику розв'язання нелінійних початково-крайових задач використовуючи методи Роте [2], лінеаризації [1], стрільби [3] та Рунге-Кутта [3].

При дослідженні зміни температури відносно x при $\kappa^* = 10$ для моментів часу $t = 0; 5; 10; 15$ і значень $\lambda = -1 \;\; 0$ та 1 виявлено, що при $\lambda = 0$ та за великих t розподіл є лінійним. Проте, за інших значень λ – параболічний. Якщо $\lambda < 0$, вітки цих парабол напрямлені вверх, а при $\lambda > 0$, з певного моменту часу – вниз. На серединній поверхні, в кінцевий момент часу, якщо $\lambda = -1$, температура нижча на 27%, а при $\lambda = 1$ – вища на 14%, ніж за умови, коли $\lambda = 0$.

При зміні температури відносно x при $\kappa^* = 0.5$ для моментів часу $t = 0; 2; 4; 15$, $0; 1; 2; 15$ і значень $\lambda = -1$; 0; 1 встановлено, що зі зменшенням параметра κ^* значення $u(x)$ на одних і тих же поверхнях, в однакові моменти часу збільшилися та набагато швидше досягають стаціонарного значення. Зокрема, на серединній поверхні відповідні значення температури в моменти часу $t = 5$ і 1 приблизно рівні. При цьому κ^* на серединній поверхні, в кінцевий момент часу, якщо $\lambda = -1$ температура нижча на 7%, а коли 1 – вища на 6%, ніж при $\lambda = 0$. Напрямлення віток аналогічне, як при $\kappa^* = 10$.

Пораховано загальну кількість ітерацій методу лінеаризації при $\kappa^* = 10$ залежно від зміни τ. У таблиці 1 наведено кількість ітерацій N^*, похибка та середня кількість ітерацій N_i^*.

Таблиця 1. Кількість ітерацій та похибка при різних τ.

τ	N^*	$\lVert u_k - u_{k-1} \rVert$	N_i^*
1	61	7.0919e-09	4.06
0.5	115	9.6339e-09	3.83
0.1	508	9.6789e-09	3.39

Зроблено висновок, що зі зменшенням τ середня кількість ітерацій на одному часовому проміжку зменшується. Отже, можна стверджувати, що чим менше τ, то швидше досягається задана точність на одному часовому проміжку.

Виявлено, що чим ближче значення часу до T, то менше потрібно ітерацій для отримання розв'язку нелінійної крайової задачі. За малого τ з певного моменту потрібно лише дві ітерації, оскільки на них значення $u(x)$ відрізняються несуттєво.

1. *Григоренко Я. М., Панкратова Н. Д.* Обчислювальні методи в задачах прикладної математики : Навч. посіб. – К. : Либідь, 1995. – 280 с.
2. *Filipov S., Farago I.* Implicit Euler time discretization and FDM with Newton method in nonlinear heat transfer modeling // Inter. sci. j. "Mathematical modeling". – 2018. – **2**, Iss. 3. – P. 94–98.
3. *Kress R.* Numerical analysis / R. Kress. – New York : Springer, 1998.–328 p.

SOLVING NONLINEAR INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEMS USING NUMERICAL METHODS

The nonlinear initial boundary value problem of heat conduction was solved using the methods of Rothe, linearization, shooting method, and fourth-order Runge-Kutta. The numerical research results are provided. The influence of the time step on the number of iterations of the linearization method has been analyzed