Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2024»
27–29 травня 2024 р., Львів

УДК 512.56

МІНІМАКСНА ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ І НАДСУПЕРКРИТИЧНІ Ч. В. МНОЖИНИ

Віталій Бондаренко

Інститут математики НАН України, vitalij.bond@jmail.com

Марина Стьопочкіна

Поліський національний університет, stmar@ukr.net

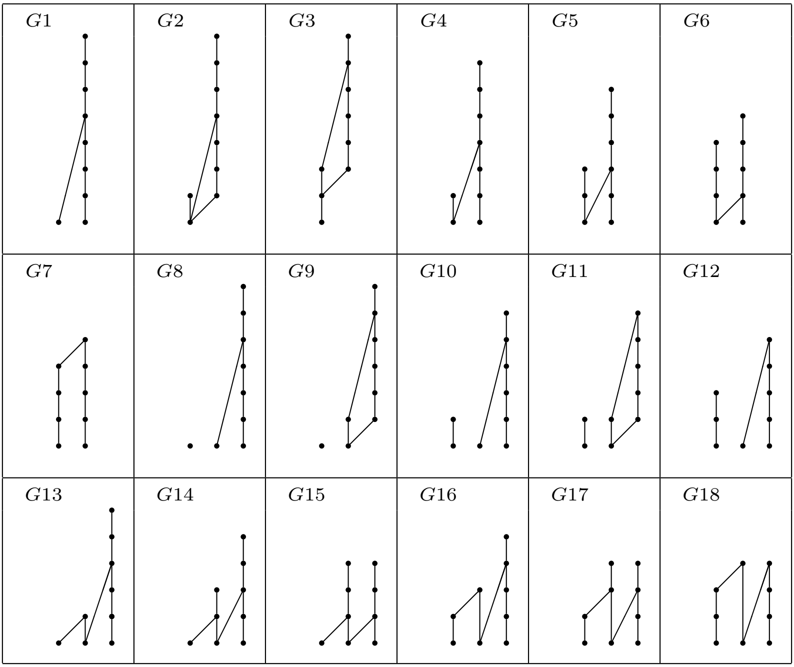
Робота пов'язана з поняттям мінімаксної еквівалентності частково впорядкованих множин (введеного в [1]), яке дозволяє розв'язувати різні задачі про цілочислові квадратичні форми.

За основними результатами робіт [2] і [3] квадратична форма Тітса частково впорядкованої (скорочено ч. в.) множини є слабко додатною тоді і лише тоді, коли вона не містить підмножин вигляду (1,1,1,1), (2, 2, 2), (1, 3, 3), (1, 2, 5) і (И, 4), які називають критичними ч. в. множинами. У роботі [4] авторами доведено, що ч. в. множина є P-критичною (критичною відносно додатності квадратичної форми Тітса) тоді і лише тоді, коли вона мінімаксно еквівалентна деякій критичній множині. Аналогічна ситуація має місце у випадку слабко невід'ємних ч. в. множин, а саме замість критичних підмножин потрібно розглянути підмножини вигляду (1, 1, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 2), (2, 2, 3), (1, 3, 4), (1, 2, 6) і (И, 5), які називають суперкритичними. У роботі [5] доведено, що ч. в. множина є NP-критичною (критичною відносно невід'ємності квадратичної форми Тітса) тоді і лише тоді, коли вона мінімаксно еквівалентна деякій суперкритичій множині.

Перший автор запропонував назвати надсуперкритичними такі ч. в. множини, які відрізняються від суперкритичних множин в такій же мірі, як суперкритичні множини відрізняються від критичних. Це ч. в. множини такого вигляду: 1) (1, 1, 1, 1, 1, 1), 2) (1, 1, 1, 1, 2), 3) (1, 1, 2, 2), 4) (1, 1, 1, 3), 5) (2, 3, 3), 6) (2, 2, 4), 7) (1, 4, 4), 8) (1, 3, 5), 9) (1, 2, 7), 10) (6, И). Зауважимо, що дужки позначають (пряму) суму множин у вигляді їхніх графів Хассе (k позначає ланцюг довжини k, а И має чотири вершини).

У попередніх роботах автори описали всі ч. в. множини, які мінімаксно еквівалентні надсуперкричним множинам вигляду1)–10), окрім єдиної симетричної, що має найбільший можливий порядок, тобто множини $G_0 := 7)$. У цій роботі розглянуто заключний випадок.

Теорема 1. *З точністю до ізоморфізму і дуальності, повна множина ч. в. множин, мінімаксно еівалентних $G0$, складаєтьcя, окрім самого $G0$, з наступних частково впорядкованих множин:*



1. *Bondarenko V. M.* On (min, max)-equivalence of posets and applications to the Tits forms // Bull. of the University of Kiev (series: Physics & Mathematics). – 2005. – №1. – P. 24–25.

2. *Клейнер М. М.* Частично упорядоченные множества конечного типа // Зап. науч. семинаров ЛОМИ. – 1972. – 28. – С. 32–41.

3. *Дрозд Ю. А.* Преобразования Кокстера и представления частично упорядоченных множесв // Функц. анализ и его прил. – 1974. – **8**, № 3. – С. 34–42.

4. *Бондаренко В. М., Степочкина М. В.* (Min, max)-эквивалентность частично упорядоченных множеств и квадратичная форма Титса // Проблеми аналізу і алгебри: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. – 2005. – 2, №3. – С. 18–58.

5. *Бондаренко В. М., Степочкина М. В.* (Min, max)-эквивалентность частично упорядоченных множеств и неотрицательные формы Титса // Укр. мат. журнал. – 2008. – 60, №9. – С. 1157–1167.

MINIMAX EQUIVALENCE AND OVERSUPERCRITICAl POSETS

English annotation

Up to isomorphism and duality, all posets minimax equivlent to oversupercritical posets of the form $(1, 4, 4)$ are described.