**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2024»,
27–29 травня 2024 р., Львів**

УДК 517.95+511

ЗАДАЧА СПРЯЖЕННЯ З БАГАТОТОЧКОВИМИ УМОВАМИ ДЛЯ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ

Іван Тимків

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
76018, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15
e-mail: tymkiv_if@ukr.net

Нехай $D=(-T,T)\times\Omega$ – циліндрична область зміннних (t,x), де $T>0$, Ω – коло радіуса 1; $D_-=D\cap\{t<0\}$, $D_+=D\cap\{t>0\}$.

В області D розглянемо задачу для двох строго гіперболічних за Петровським диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} L_1(\partial/\partial t,\partial/\partial x)u=\dfrac{\partial^n u(t,x)}{\partial t^n}+\sum\limits_{s=1}^{n}a_s\dfrac{\partial^n u(t,x)}{\partial t^{n-s}\partial x^s}=0, \quad (t,x)\in D_-, \\ L_2(\partial/\partial t,\partial/\partial x)u=\dfrac{\partial^m u(t,x)}{\partial t^m}+\sum\limits_{s=1}^{m}b_s\dfrac{\partial^m u(t,x)}{\partial t^{m-s}\partial x^s}=0, \quad (t,x)\in D_+, \end{cases} \tag{1}$$

з умовами лінійного спряження при $t=0$

$$\lim_{t\to-0}\frac{\partial^{q-1}u(t,x)}{\partial t^{q-1}}=\lim_{t\to+0}\frac{\partial^{q-1}u(t,x)}{\partial t^{q-1}},\ q\in\{1,\ldots,\theta\},\ 1<\theta\le\min\{n,m\}, \tag{2}$$

та локальними багатоточковими умовами

$$\begin{cases} U_{1,j}(\partial/\partial t)u(t,x)\big|_{t=t_j}=\varphi_j(x),\ j\in\{1,\ldots,r\},-T\le t_1<\ldots<t_r<0, 1\le r\le n, \\ U_{2,j}(\partial/\partial t)u(t,x)\big|_{t=t_j}=\varphi_j(x),\ j\in\{r+1,\ldots,\ell\}, 0<t_{r+1}<\ldots<t_\ell\le T,\ \ell=n+m-\theta, \end{cases} \tag{3}$$

де $a_s,b_s\in R,\ n,m\in N,\quad U_{1,j}(\partial/\partial t)=\sum\limits_{q=0}^{n-1}\beta_{1,q}^{j}\dfrac{\partial^q}{\partial t^q},\ U_{2,j}(\partial/\partial t)=\sum\limits_{q=0}^{m-1}\beta_{2,q}^{j}\dfrac{\partial^q}{\partial t^q}$,

$\beta_{1,q,}^{j},\beta_{2,q,}^{j}\in C,\ \beta_{1,n-1}^{j}\ne0,\ \beta_{2,m-1}^{j}\ne0,\ j\in\{1,\ldots,\ell\}$. Позначимо через $\lambda_1,\ldots,\lambda_n$ і $\mu_1,\ldots,\mu_m$ відповідно корені рівнянь $L_1(\lambda,1)=0$ і $L_2(\mu,1)=0$ які вважатимемо простими.

Для задачі (1) – (3) побудовано формальний розв'язок у вигляді ряду

Фур'є, доведено теореми існування та єдиності розв'язку в просторах Соболєва. Зокрема, при дослідженні розв'язності задачі виникають малі знаменники [1,2], які мають вигляд

$$\Delta(k) = \det \begin{vmatrix} \mathbf{W}_\lambda(k) & \mathbf{W}_\mu(k) \\ \mathbf{E}_\lambda(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_\mu(k) \end{vmatrix}, \quad k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\},$$

де

$$\mathbf{W}_\lambda(k) = \left\| (ik\lambda_j)^{q-1} \right\|_{j\in\{1,\dots,n\}}^{q\in\{1,\dots,\theta\}},$$

$$\mathbf{W}_\mu(k) = \left\| (-ik\mu_r)^{q-1} \right\|_{r\in\{1,\dots,m\}}^{q\in\{1,\dots,\theta\}},$$

$$\mathbf{E}_\lambda(k) = \left\| U_{1,q}(ik\lambda_j)\exp(ik\lambda_j t_q) \right\|_{j\in\{1,\dots,n\}}^{q\in\{1,\dots,r\}},,$$

$$\mathbf{E}_\mu(k) = \left\| U_{2,q}(ik\mu_s)\exp(ik\mu_s t_q) \right\|_{s\in\{1,\dots,m\}}^{q\in\{r+1,\dots,\ell\}}.$$

Величини $\Delta(k)$, $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$, входять знаменниками у вирази для коефіцієнтів рядів, якими зображується розв'язок задачі (1) – (3). Вони можуть ставати як завгодно малими для нескінченної кількості цілих значень k і спричиняти розбіжність вказаних рядів.

За допомогою метричного підходу встановлено твердження про оцінки знизу малих знаменників, з яких випливають умови коректної розв'язності задачі (1) – (3) для майже всіх (стосовно міри Лебега) векторів, складених з вузлів інтерполяції $(t_1, \dots, t_\ell) \in [0, \mathrm{T}]^\ell$.

1. *Пташник Б.Й., Ільків В.С., Кміть І.Я., Поліщук В.М* Нелокальні крайові задачі для рівнянь з частинними похідними. – К.: Наукова думка, 2002. – 416 с.
2. *Савка І.Я., Тимків І.Р.* Задача спряження з багатоточковими умовами для гіперболічних рівнянь високого порядку // Прикарпатський вісник НТШ. Число. – 2023. –№1 (68). – С. 54-62.

CONJUGATION PROBLEM WITH MULTIPOINT CONDITIONS FOR MIXED HYPERBOLIC TYPE EQUATIONS

The conditions of correct solvability in the Sobolev spaces of the conjugation problem with local multipoint conditions and periodic conditions for higher order mixed hyperbolic type equations is obtained. It has been proved that these conditions fulfill for almost all (with respect to the Lebesgue measure) vectors made up of the nodes of multipoint conditions.