**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2024»,
27–29 травня 2024 р., Львів**

УДК 539.3

ІЗОМОРФНІСТЬ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ РЕАКЦІЇ–КОНВЕКЦІЇ–ДИФУЗІЇ

Олександр Волошин

Інститут математики НАН України, gmfutureqwer@gmail.com

Нелінійне рівняння реакції–конвекції–дифузії

$$u_0 = \vec{\nabla}\big(f(u)\vec{\nabla}u\big) + \vec{g}(u)\vec{\nabla}u + h(u), \tag{1}$$

де t, $\vec{x} \in R^n$ – часова та просторові незалежні змінні, $u = u(t, \vec{x})$ – залежна змінна, $f(u)$, $\vec{g}(u)$, $h(u)$ – коефіцієнти дифузії, конвекції та реакції відповідно, широко застосовується при моделюванні багатьох фізичних, хімічних, біологічних процесів.

У випадку коли функція u залежить від змінних t, x_1, x_2, в роботі [1] проведений повний опис симетрій рівняння (1) в залежності від вигляду нелінійностей $f(u)$, $\vec{g}(u)$ та $h(u)$. Симетрійна класифікація рівняння (1) проведена з точністю до перетворень еквівалентності даного класу рівнянь.

Розглянемо два різні рівняння реакції–конвекції–дифузії вигляду

$$u_0 = \partial_a(u^k u_a), \tag{2}$$

де $u = u(x_0, x_1, x_2)$, $\partial_a = \frac{\partial}{\partial x_a}$, $u_0 = \frac{\partial u}{\partial x_0}$, $u_a = \frac{\partial u}{\partial x_a}$, то у формулі (2) і всюди нижче за індексом a, який повторюється розуміється сума від 1 до 2, та

$$v_{y_0} = \partial_{y_a}\big(v^k v_{y_a}\big) + 4\frac{k+1}{k}v^k v_{y_1} + 4\frac{k+1}{k^2}v^{k+1}, \tag{3}$$

де $v = v(y_0, y_1, y_2)$, $\partial_{y_a} = \frac{\partial}{\partial y_a}$, $v_{y_0} = \frac{\partial v}{\partial y_0}$, $v_{y_a} = \frac{\partial v}{\partial y_a}$.

Добре відомо, що МАІ (максимальна алгебра інваріантності) рівняння (2) є шестивимірна алгебра Лі, базові генератори якої мають вигляд

$$A_1 =< \partial_0, \partial_a, J_{12} = x_2\partial_1 - x_1\partial_2, D_0 = x_0\partial_0 - \frac{1}{k}u\partial u, D_1 = x_a\partial_a - \frac{2}{k}u\partial u >, \tag{4}$$

де $\partial_0 = \frac{\partial}{\partial x_0}$, $\partial_a = \frac{\partial}{\partial x_a}$, а МАІ рівняння (3), як встановлено в роботі [2] є також шестивимірна алгебра з наступними базовими генераторами:

$$A_2 =< \partial_{y_0}, \partial_{y_a}, D_0 = y_0\partial_{y_0} - \frac{1}{k} v\partial v,$$
$$Q_1 = e^{-y_1}\left(\cos y_2\, \partial_{y_1} - \sin y_2\, \partial_{y_2} - \frac{2}{k}\cos y_2\, v\partial v\right), \quad (5)$$
$$Q_2 = e^{-y_1}\left(\sin y_2\, \partial_{y_1} - \cos y_2\, \partial_{y_2} - \frac{2}{k}\sin y_2\, v\partial v\right) >,$$

де $\partial_{y_0} = \frac{\partial}{\partial y_0}$, $\partial_{y_a} = \frac{\partial}{\partial y_a}$.

Так як розмірності алгебр (4) і (5) співпадають, то природньо поставити питання про їх ізоморфність.

Внаслідок проведених досліджень нами встановлено, що ізоморфізм даних алгебр та рівнянь здійснюється за допомогою наступних формул

$$x_0 = y_0, \qquad x_1 = e^{y_1}\cos y_2, \qquad x_2 = e^{y_1}\sin y_2, \qquad u = e^{\frac{2}{k}y_1} v.$$

1. *R. M. Cherniha, M. I. Serov, O. G. Pliukhin.* Nonlinear reaction–diffusion–convection equations: lie and conditional symmetry, exact solutions and their applications : monographs and research notes in mathematics. Florida : CRC Press, 2018. 240 p.
2. *R. M. Cherniha, M. I. Serov, Y. V. Prystavka.* A complete lie symmetry classification of a class of (1+2)–dimensional reaction–diffusion–convection equations. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2021. V. 92. 30 pp.

ISOMORPHITY OF NONLINEAR REACTION–CONVECTION–DIFFUSION EQUATIONS

An isomorphism has been established between two (1+2)–dimensional reaction–convection–diffusion equations and their maximal algebras of invariance.