

УДК 517.958:532.72

АПРОКСИМАЦІЯ ГРАНИЧНОЇ УМОВИ НА НЕВІДОМОМУ ЧАСОВОМУ ІНТЕРВАЛІ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ПРОЦЕСІВ КОНВЕКТИВНОЇ ДИФУЗІЇ У ПРОМИСЛОВИХ ФІЛЬТРАХ ВОДИ

Ольга Чернуха, Юрій Білушак, Анастасія Чучвара

Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів

Для розрахунку ефективної роботи фільтрів, їхніх оптимальних геометричних параметрів, сорбційної здатності та тривалості роботи, як правило, використовують комп'ютерне моделювання, розв'язуючи числовими методами нелінійні задачі фільтрації питних або стічних вод. Разом з тим для аналізу впливу пористості, сорбційних властивостей та геометричних параметрів фільтра на довговічність його роботи доцільно отримати аналітичні розв'язки аналогічних задач у лінеаризованому варіанті опису процесів сорбції. З іншого боку залишається невирішеною проблема встановлення граничної умови «на виході» фільтра води. Проте можливе проведення експериментів з визначення концентрації забруднення або потоків домішки через нижню границю тіла.

Ця робота стосується моделювання функціонування двошарових фільтрів води на основі фізико-математичної моделі конвективної дифузії домішкової речовини з урахуванням сорбції частинок на скелет, коли водний розчин є двокомпонентним, а тіло – двошаровим. При цьому запропонована схема визначення граничної умови на нижній поверхні фільтра на основі апроксимаційних процедур експериментальних даних концентрації забруднення на цій границі з урахуванням невідомого часу виходу функції на усталений режим [1].

Розглянуто випадок, коли шукана функція концентрації на границі виходить на стаціонарний режим. Маючи набір експериментальних вимірювань концентрації забруднення на нижній границі фільтра можемо побудувати апроксимаційну функцію. Знайдемо апроксимаційний поліном з використанням методу найменших квадратів для оптимального визначення параметрів апроксимаційної функції.

Нехай задано експериментальні дані (таб. 1) з кількістю вимірів $n = 9$.

Таблиця 1

t	0.02	0.06	0.1	0.14	0.18	0.22	0.26	0.3	0.34
$F(t) \times 10^{-10}$	0.014	0.015	0.02	0.033	0.65	0.98	1.24	1.29	1.3

Ці дані апроксимовано поліномом п'ятої степені $F(t) = a_0 t^5 + a_1 t^4 + a_2 t^3 + a_3 t^2 + a_4 t + a_5$, де $a_0 = 14279.09$, $a_1 = -13097.26$, $a_2 = 4130.9845$, $a_3 = -507.1611$, $a_4 = 23.5284217$, $a_5 = -0.2867113$.

Апроксимуючий поліном, отриманий методом найменших квадратів, має вигляд

$$f(a_1, \dots, a_5) = \sum_{i=1}^n \left(F(t_i) - \sum_{k=0}^5 a_k t^{5-k} \right)^2 \xrightarrow{\{a_k\} \in \mathbb{R}} \min.$$

Дані, обчислені за результатами апроксимації многочленом п'ятої степені, наведено в табл. 2.

Хоча вважається, що поліномом п'ятої степені адекватно апроксимується неперервна функція в рівномірній метриці, для отримання точнішого результату апроксимації можна підняти степінь многочлена до 7 або 9, або вибрати нелінійну апроксимаційну функцію (для даного випадку, наприклад, \arctg) і застосувати метод вирівнювання [2]. При цьому необхідно враховувати, що апроксимаційна функція має бути зручною при подальшому застосуванні методу інтегральних перетворень, у тому числі – неklasичних.

Правий кінець відрізка апроксимації, насправді, є невідомим. Відповідно є невідомим момент часу припинення експериментальної серії. Враховуючи мету дослідження, тобто встановлення параметрів роботи фільтра, використано існування часу насичення фільтра, тобто втрату сорбційної здатності. Після часу насичення, який теж є невідомим, в тілі відбувається лише процес конвективної дифузії частинок забруднення, а процес очищення забрудненого розчину припиняється, відповідно потрібно завершити роботу фільтра. Для оцінки зверху функції концентрації на нижній границі тіла та визначення наближеного часу насичення розв'язана спрощена задача конвективної дифузії (тобто без урахування сорбції) за тих самих контактних та крайових умов і граничної умови на потік.

Визначено час виходу на стаціонарний режим, розв'язуючи нерівність, що мінімізує різницю між концентраціями в біжучий момент часу і в часі насичення з наперед заданою точністю.

1. *Chernukha O., Bilushchak Y., Pakholok B.* System approach to mathematical description of transport processes with chemical reaction in multiphase multicomponent body / Proc. IEEE 2nd Int. Conf. SAIC – 2020. – P. 144-149.
2. *Milovanovic G.* Numerical methods and approximation theory. – Niš: University of Niš, 1984. – 199 p.

APPROXIMATION OF BOUNDARY CONDITION AT UNKNOWN TIME-INTERVAL FOR MODELING THE CONVECTIVE DIFFUSION PROCESSES IN INDUSTRIAL WATER FILTERS

An algorithm for estimating the values of the sought function (concentration of pollution) at the lower boundary of the filter on the basis of the approximation of experimental data is proposed. It is taken into account that the right end of the approximation segment is unknown.

Таблиця 2

t	$F(t) \times 10^{+10}$
0.02	0.011991
0.04	0.075284
0.06	0.032869
0.08	-0.02488
0.1	-0.04143
0.12	0.011382
0.14	0.138851
0.16	0.328874
0.2	0.794095
0.22	1.007464
0.24	1.170693
0.26	1.266956
0.3	1.274275
0.32	1.251132
0.34	1.30359