

УДК 539.3

ВПЛИВ НЕЛІНІЙНОСТІ МОДУЛІВ ПРУЖНОСТІ НА ПОВЕРХНЕВІ НАПРУЖЕННЯ

Юлія Сенік

Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів

Розглянуто ізотропний електропровідний неферромагнітний твердий шар, що займає область $-\ell \leq x \leq \ell$ у прямокутній декартовій системі координат $\{x, y, z\}$. Шар в цілому є електронейтральним, його поверхні є вільними від зовнішнього силового навантаження і на них задано сталі значення густини ρ_a , відмінне від відлікового значення ρ_* , що є характерним для безмежного однорідного середовища.

Використано наступну ключову систему рівнянь для визначення густини ρ , електричного потенціалу φ та компонент тензора напружень σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{xx}}{dx} = 0, \quad \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{1+\nu}{E} \sigma_{rr} - \frac{\nu}{E} \sigma \right) = -\frac{d^2}{dx^2} (a_m(\rho - \rho_*) + a_0^{\omega} \varphi), \\ \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{a_{\omega\omega}}{\varepsilon_0} \varphi + \frac{a_{m\omega}}{\varepsilon_0} (\rho - \rho_*) = 0, \quad \frac{d^2 \rho}{dx^2} - \xi^2 (\rho - \rho_*) = -\xi^2 d_{\sigma m}, \end{aligned} \quad (1)$$

де $d_{\sigma m}$ – інтенсивність джерел маси, a_m , a_0^{ω} , $a_{\omega\omega}$, $a_{m\omega}$, ε_0 , ξ – сталі. Приймаємо, що $E = E_0(\rho / \rho_*)^{\beta_e}$, $\nu = \nu_0(\rho / \rho_*)^{\beta_n}$, де E_0 , ν_0 – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу тіла у відліковому стані, β_e , β_n – сталі.

Систему рівнянь (1) доповнено умовою електронейтральності тіла,

$$\int_{-\ell}^{\ell} \omega(x) dx = 0, \quad (2)$$

де $\omega(x) = (a_{m\omega}(\rho - \rho_*) + a_{\omega\omega} \varphi) / \varepsilon_0$ – електричний заряд, умовами

$$\sigma_{xx} = 0, \quad \rho = \rho_a, \quad \varphi = \varphi_a, \quad (3)$$

на поверхнях $x = \pm \ell$ шару та умовами рівності нулю головних вектора та моменту зусиль у поперечних перерізах $y = \text{const}$, $z = \text{const}$

$$\int_{-\ell}^{\ell} \sigma_{yy} dx = 0, \int_{-\ell}^{\ell} x \sigma_{yy} dx = 0, \int_{-\ell}^{\ell} \sigma_{zz} dx = 0, \int_{-\ell}^{\ell} x \sigma_{zz} dx = 0. \quad (4)$$

Отримавши розв'язок задачі (1) – (4), вивчено поверхневі напруження. Зокрема встановлено, що поверхневим напруженням у тілі властивий тришкальний ромірний ефект. Урахування нелінійності модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона суттєво впливає на точність отриманих результатів

1. *Нагірний Т., Червінка К.* Основи механіки локально неоднорідних пружних тіл. Основи наномеханіки II. – Львів: Растр-7, 2014. – 168 с.
2. *Nahirnyj T.S., Senyk Y.A., Tchervinka K.A.* Modeling local non homogeneity in electroconductive non-ferromagnetic thermoelastic solid // *Mathematical Modeling and Computing.* – 2014. – 1, No 2. – С. 214–223.

INFLUENCE OF NONLINEARITY OF ELASTIC MODULES ON SURFACE STRESSES

A problem for a deformable electroconductive non-ferromagnetic layer is considered on the basis of the mathematical model of locally non-homogeneous solids. The study of density, thermodynamic electrical potential, electricity charge and components of stress tensor in the layer is performed. As a result of the research, a number of conclusions have done regarding the feasibility of taking into account the dependence from elasticity characteristics of the material on density.