

УДК 393.3

КОЛИВАННЯ НЕОДНОРІДНИХ ПОРОЖНИСТИХ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ КУЛЬ

Олександр Григоренко¹, Ігор Лопа²

¹ Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ;

² Національний транспортний університет, м. Київ

Розглянуто задачу про власні неосесиметричні коливання неоднорідної порожнистої п'єзокерамічної кулі. Матеріал кулі може мати два типи неоднорідності: куля є шаруватою, або виготовленою з функціонально градієнтного матеріалу. Внутрішня та зовнішня поверхні кулі є вільними від механічних навантажень та вкритими тонкими короткозамкненими електродами. Компоненти вектора розв'язку шукаємо у вигляді розвинення у ряди за сферичними функціями:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{cccc} T_{rr} & T_{r\theta} & T_{r\varphi} & \Phi \\ u_r & u_\theta & u_\varphi & D_r \end{array} \right\} = \\ & = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{cccc} \lambda T_r^k(r) & \lambda T_{r\theta}^k(r) & \lambda T_{r\varphi}^k(r) & h \sqrt{\frac{\lambda}{\epsilon_0}} \Phi^k(r) \\ hu_r^k(r) & hu_\theta^k(r) & hu_\varphi^k(r) & \sqrt{\epsilon_0 \lambda} D_r^k(r) \end{array} \right\} S_n^m(\theta, \varphi) e^{i\omega t}, \end{aligned}$$

Такий вибір вектора розв'язку дозволяє перейти від вихідної задачі у частинних похідних до крайової задачі зі змінними коефіцієнтами у звичайних диференціальних рівняннях

$$\frac{d\mathbf{R}}{dx} = A(x, \Omega)\mathbf{R},$$

з крайовими умовами

$$\mathbf{B}_1 \mathbf{R}(-1) = \mathbf{B}_2 \mathbf{R}(1) = 0.$$

Для розв'язання отриманої крайової задачі застосовано стійкий метод дискретної ортогоналізації. Наведено результати чисельного аналізу даної задачі. Досліджено вплив фактора неоднорідності на динамічні та кінематичні характеристики власних коливань кулі.

OSCILLATION OF INHOMOGENIOUS HOLLOW PIEZOCERAMIC SPHERES

A problem on the nonaxisymmetric natural vibrations of a hollow inhomogeneous piezoceramic sphere is considered basing on the three-dimensional electroelasticity theory.

Separation of variables and series of the components of the mechanical and electric displacements were used. As a result, the original three-dimensional problem, which was governed by partial differential equations with variable coefficients, is reduced to a boundary-value problem governed by the ordinary differential equations. An inhomogeneous boundary-value problem is obtained for the case of forced vibrations. This problem is solved by a stable discrete-orthogonalisation method. The influence of the geometric and electric parameters on the kinematic (mechanical displacement and electrostatic potential) and dynamic (mechanical stress and electric displacement) characteristics was analyzed. Different variants of polarized piezoceramic materials are considered. Once more significant attention is paid to validation of the reliability of the results obtained by numerical calculations.