

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПРОСТОРОВИХ ОБОЛОНКОВИХ ВКЛЮЧЕНЬ У ТЕРМОМАГНІТОЕЛЕКТРОПРУЖНИХ ТІЛАХ

Георгій Сулим¹, Ярослав Пастернак², Юрій Михалюк²

¹ Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів;

² Луцький національний технічний університет, м. Луцьк

У сучасних високотехнологічних приладах та пристроях все частіше використовуються інтелектуальні матеріали, що, реагуючи на різні фізико-механічні поля, мають здатність до самоналагодження та ефективної діагностики внутрішнього стану [1]. На даний час такі матеріали часто створюють із використанням волокон, пакетів шарів, чи платіткових включень, що поєднуючи впливи декількох полів у цілому надають бажані ефективні характеристики утвореному композиту. З огляду на це, постає необхідність розрахунку фізико-механічних полів у таких структурно-неоднорідних матеріалах, що в свою чергу дає можливість прогнозувати їхню довговічність, надійність, а також визначити та оптимізувати інтегральні та локальні властивості утвореної композитної структури.

У цьому дослідженні вивчено підходи до моделювання тонких оболонкових (зокрема, платіткових) деформівних включень у теромагнітоелектропружних середовищах. Для цього використано принцип спряження континуумів різної вимірності, на підставі якого сформульовану задачу можна умовно розбити на три частково пов'язані підзадачі: (а) *зовнішню* для середовища із умовно заданими (наперед невідомими) на просторових поверхнях функціях розриву (стрибка) фізико-механічних полів; (б) *проміжну* у вигляді умов контактної взаємодії середовища із неоднорідністю та (в) *внутрішню*. Остання полягає у побудові більш чи менш адекватної математичної моделі неоднорідності, у якій виявляється зв'язок між полями температур, переміщень, електричного і магнітного потенціалів всередині включення та нормальним тепловим потоком, вектором напружень, нормальними складовими електричного зміщення та магнітної індукції на поверхнях тонкої неоднорідності.

Для моделювання зовнішньої задачі у роботі використано гранично-елементний метод функцій стрибка [2], що уже засвідчив свою ефективність при моделюванні абсолютно жорстких тепло- та електропровідних оболонкових неоднорідностей.

При розгляді внутрішньої задачі запропоновано моделювати тонкі просторові неоднорідності за допомогою скінченних елементів, геометрія серединної поверхні яких та функції форми аналогічні відповідним для зовнішньої задачі. Також при цьому запропоновано розглядати проміжну

задачу не тільки для опису взаємодії середовище – включення, а й для взаємодії між елементами самого включення (окремими його скінченними елементами). Це дає можливість значно розширити коло задач, які можна розв'язати за допомогою запропонованого підходу (зокрема, про у різний спосіб поєднанні між собою та зруйновані ті чи інші в'язі всередині неоднорідності), за незначного збільшення результуючої системи рівнянь та/чи нерівностей у разі однобічних в'язей.

Для скінченного елемента неоднорідності запропоновано такі математичні моделі: модель недеформівного електропровідного включення (на основі [2]), модель типу основи Вінклера для градієнтів полів у нормальному стосовно серединної поверхні включення напрямі, мембранну модель та модель згину на основі використання їх скінченноелементного подання [3]. Ці моделі можна комбінувати (у допустимих межах) між собою для врахування та виявлення впливу різних механізмів деформування неоднорідності.

У випадку умов ідеальної взаємодії між середовищем та неоднорідністю досліджено низку задач, які засвідчили швидкість та високу точність запропонованого підходу для визначення концентрації фізико-механічних полів у теромагнітоелектропружних тілах із тонкими включеннями. Перспективою використання підходу є також задачі гомогенізації щодо визначення та оптимізації ефективних характеристик інтелектуальних композитних матеріалів.

1. *Encyclopedia of smart materials* / M. Schwartz (ed.). – New York: Wiley, 2002. – 1073 p.
2. *Pasternak Ia., Sulym H., Ilchuk N.* Boundary element analysis of 3D shell-like rigid electrically conducting inclusions in anisotropic thermomagnetoelastic solids // *Z Angew Math Mech.* – 2019. e201800319. <https://doi.org/10.1002/zamm.201800319>.
3. *Chapelle D., Bathe K.J.* The finite element analysis of shells – Fundamentals. – New York: Springer, 2011 – 410 p.

MATHEMATIAL MODELING OF THE INFLUENCE OF SPATIAL SHELL-LIKE INCLUSIONS IN THERMOMAGNETOELECTROELASTIC SOLIDS

This study suggests an approach for modeling the deformable shell-like inclusions, which are sensitive to the influence of different physical and mechanical fields. Several models are proposed, which can be combined to analyze the influence of different deformation mechanisms on overall stress state of an inhomogeneous solid. Numerical examples are presented, which show the efficiency of the proposed approach. It is proposed to use the approach in the modeling and optimization of effective properties of smart composite materials.