

УДК 539.3

ВАРІАЦІЙНЕ ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ЛОКАЛЬНО ГРАДІЄНТНОЇ ЕЛЕКТРОТЕРМОМЕХАНІКИ

Ольга Грицина

Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів;
Інститут будівництва та архітектури Словацької академії наук, м. Братислава

Класичні континуальні теорії не відображають вплив мікроструктури матеріалу, а відтак не можуть бути застосовані для вивчення малорозмірних структур. У рамках континуальної механіки для дослідження мікро- чи нано-розмірних структур застосовують узагальнені (некласичні) теорії. В останні десятиріччя інтенсивного розвитку набула локально градієнтна теорія електротермопружності, яка враховує вплив зміни мікроструктури матеріалу на термомеханічну поведінку досліджуваних об'єктів. Основні співвідношення локально градієнтної теорії діелектриків сформульовані у праці [1] з використанням підходів і методів нерівноважної термодинаміки, механіки суцільного середовища та електродинаміки.

У цій роботі запропоновано загальне варіаційне формулювання локально градієнтної теорії поляризованих термопружних середовищ. Розроблений варіаційний підхід застосовано також для вивчення прогину та поворотів у консольній п'єзоелектричній нанобалці під дією зосередженої сили, прикладеної до її вільного кінця. При формулюванні рівнянь математичної моделі використано кінематичні гіпотези теорії балок Тимошенка. На рис. 1 подано результати числових досліджень для нанобалок з характеристиками матеріалу PZT-5H.

Аналіз отриманих результатів засвідчив, що прогин і повороти, розраховані в рамках локально градієнтної теорії пружних балок, менші, ніж передбачає класична теорія. Врахування у модельному описі п'єзоелектричних властивостей матеріалу істотно посилює цей ефект. Вплив локального зміщення маси є вираженішим у балках, товщина яких сумірна до внутрішньої характерної віддалі матеріалу.

Роботу виконано за фінансової підтримки Slovak Research and Development Agency (грант номер SK-CN-RD-18-0005) та Національної академії наук України (проект номер 0117U004156).

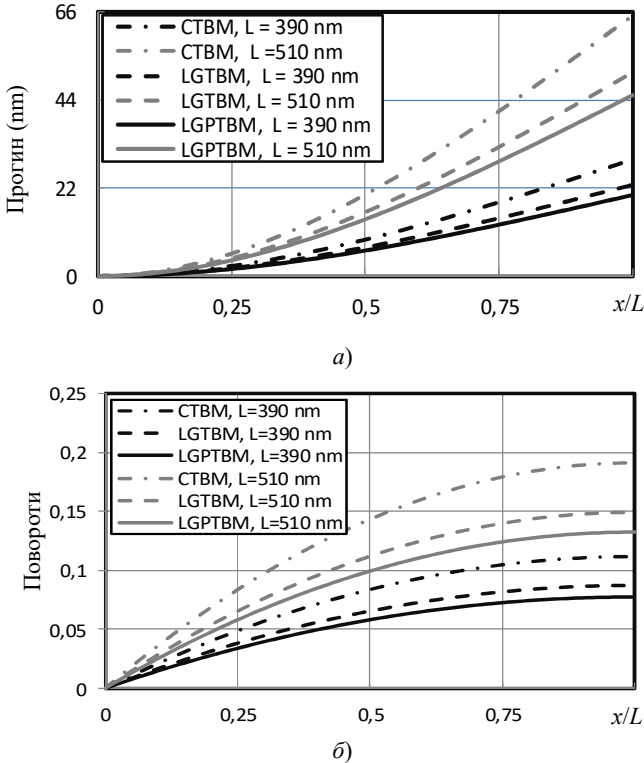


Рис. 1. Прогин (а) та поворот (б) нанобалки, передбачені класичною теорією Тимошенка (CTBM), локально градієнтною теорією балок Тимошенка з (LGTBM) та без (LGPTBM) урахування п'єзоелектричних властивостей матеріалу

1. Hrytsyna O., Kondrat V. Local gradient theory for dielectrics: fundamentals and applications. 1st ed. – Singapore: Jenny Stanford Publishing Pte. Ltd., 2020. – 312 p.

VARIATIONAL FORMULATION OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS OF LOCAL GRADIENT ELECTROTHERMOMECHANICS

Making use of the gradient-type constitutive relations of the local gradient electrothermoelasticity, the governing equations and the corresponding boundary conditions for piezoelectric solids are derived from the variational principle. The above variational principle was utilized to get an analytical solution to the cantilevered piezoelectric beam subjected to the end-point loading. The kinematic hypotheses of the Timoshenko beam theory were used to obtain the coupled differential equations governing the state of dielectric nano-beam. It is shown that the local mass displacement and material piezoelectric properties being taken into consideration stiffens the nanocantilever beam.