

УДК 517.958

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ПОРИСТОЇ ДЕРЕВИНИ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ

Богдана Гайвась, Адріан Торський, Вероніка Дмитрук

Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С.Підстригача НАН України, м. Львів

У роботі наведено математичну модель процесу осушення пористої дерев'яного бруса кругового поперечного перерізу радіуса R за дії конвективно-теплого нестационарного потоку сушильного агента та запропоновано метод побудови аналітично-числових розв'язків сформульованої крайової задачі теплопровідності для деревини різних порід. Початкова температура циліндричного бруса вважалася незалежною від його довжини і змінною лише вздовж радіуса. Враховуючи симетрію граничних умов даної задачі, автори обмежились розглядом плоскої задачі теплопровідності. Введено полярну систему координат з полюсом на осі циліндра. Припускається, що режим сушильного агента є нестационарним і триетапним, тобто включає нагрів, витримку та охолодження. Процес теплопереносу в пористому круглому брусі описується рівнянням:

$$\begin{aligned} & \left(\Pi(C_v \rho_v + C_a \rho_a) + (1 - \Pi)C_s \rho_s \right) \frac{\partial T}{\partial \tau} + \gamma_1^2 T = \\ & = \lambda \left(r^2 \frac{d^2 T}{dr^2} + (2\alpha + 1)r \frac{dT}{dr} + (\alpha^2 - \lambda^2 r^2)T \right), \quad 2\alpha + 1 > 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут τ – час, r – радіус біжучої точки, $0 \leq r \leq R$, γ_1^2 – коефіцієнт розпаду частинки.

Рівняння (1) з використанням диференціального оператора Бесселя

$$B_\alpha [T, r] = \left\langle r^2 \frac{d^2 T}{dr^2} + (2\alpha + 1)r \frac{dT}{dr} + (\alpha^2 - \lambda^2 r^2)T \right\rangle$$

для приведеної об'ємної теплоємності c_p та усередненої теплопровідності λ в квазігомогенному наближенні, яке можна застосовувати в задачах сушіння деревини при допустимих градієнтах температури, має вигляд [1]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \gamma^2 T = a^2 B_\alpha [T, r], \quad \gamma^2 = \frac{\gamma_1^2}{c_p}, \quad \alpha > 0, \quad (2)$$

де $a^2 = \lambda(\Pi(C_v \rho_v + C_a \rho_a) + (1 - \Pi)C_s \rho_s)^{-1}$ – приведений коефіцієнт теплопровідності.

Побудовано розв'язок рівняння (2) за таких крайових умов:

$$T(\tau, r)|_{\tau=0} = g(r), \quad r \in (0, R); \quad (3)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial r}(r^\alpha T) = 0, \quad \left(\alpha_{11}^1 \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{11}^1 \right) T|_{r \rightarrow R} = T_a(\tau). \quad (4)$$

Тут T_a – температура сушильного агента; γ^2 відповідає за розмноження частинок пароповітряної суміші (приведений коефіцієнт розпаду) в пористому матеріалі за дії сушильного агента; індексами ν, a, s позначено компоненти пари, повітря та скелету відповідно; $\Pi, C_\nu, C_a, C_s, \rho_\nu, \rho_a, \rho_s$ – пористість, теплоємність, густина пари, повітря, скелету; λ – приведений коефіцієнт теплопровідності; $\alpha_{11}^1, \beta_{11}^1$ – коефіцієнти теплопровідності та теплообміну на зовнішній бічній поверхні циліндра.

Оскільки довжина стовпця матеріалу є набагато більшою за розміри поперечного перерізу, а коефіцієнт вологопровідності матеріалу вздовж волокон деревини є набагато більшим за значення цього коефіцієнта поперек волокон та через велику складність структури матеріалу деревини, розглянуто плоску усереднену задачу теплопровідності. Як інструмент опису теплопровідності використано диференціальні рівняння моделювання нестационарних процесів. Розв'язки задачі знайдено методом інтегральних перетворень [2, 3].

1. Уголев Б.Н., Скуратов Н.В. Моделирование процесса сушки древесины // Сборник научн. трудов МЛТИ. – 1992. – №. 247. – С. 133–141.
2. Ленюк М.П., Михалевська Г.І. Інтегральні перетворення типу Конторовича – Лебедева. – Чернівці: Прут, 2002. – 279 с.
3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – Москва: Гос. издат. физ. мат. лит, 1963. – 1099 с.

MODELING OF THE DRYING PROCESS FOR POROUS WOOD OF CYLINDRICAL SHAPE

A mathematical model of the drying process of a porous wooden bar of circular cross-section under the action of the convective-thermal non-stationary flow of drying agent is presented. On its basis, the solutions of the boundary value problem of the heat conduction theory are obtained for the analytical and numerical study of these processes in different types of wood.